

地動説から見た天動説

岡部 洋一

東京大学，放送大学名誉教授

2021 年 11 月 2 日

起草: 2021 年 9 月 27 日

1 地球中心モデル（天動説）の概略

地球中心モデル（geocentric model）とは天体の動きを説明する際、地球は静止していて、天体の方が動くという仮説であり、古代から人々により信じられてきた考え方である。日本語では**天動説**の用語の方が知られているが、本書では英語に即した用語を採用する。

地球中心モデルでは、**恒星**（fixed star）などの多くの星は**天球**（celestial sphere）と呼ばれる遠方にある球面に張り付いており、この天球は、北極星の付近にある**天の北極**（celestial north pole）とその対称の位置にある**天の南極**（celestial south pole）を結ぶ線を軸として約 1 日で 1 回転する。この回転により、星は東から昇り、西に没する。北半球の地点では、北極の周りの星は 1 年中没する事はない。逆に南半球の地点では南極の周りの星は没しない。

この天球の回転は、正確には 1 日より僅かに短い時間で元に戻る。つまり、同じ星を同じ場所に見るには、前日より少し早い時刻となる。あるいは、毎日同時刻に観測すると、星の貼り付いた天球は東から西へ少しずつ移動していく。そして、ちょうど一年を掛けて元の位置に戻ってくるのである。

天球には地球の**緯度**（latitude）、**経度**（longitude）に対応して**赤緯**（declination）、**赤経**（right ascension）が存在する。地球と相似であり、天の北極、南極は地球の北極、南極の方向と一致する。また赤緯は地球の緯度と一致する。したがって天の**赤道**（equator）も地球の赤道の延長にある。ただし、赤経は地球の経度とずれがある。星を

載せて動く天球に対し赤経が決定されているからである。また、東経、西経の区別はなく、東向きに数字が増えるように、かつ1周で24h 0m 0sと時間の単位を使って定義される。具体的には、春分の時点での太陽の位置（**春分点**（vernal equinox））の赤経を0hとする。1hは15度に対応する。

太陽（sun）はちょうど1日で元の位置に戻るため、天球上では西から東に徐々に移動していき、1年を掛けて1周することになる。さらに南北方向にも移動がある。太陽は**春分**（vernal equinox）にはちょうど天球の赤道の上にいるが、夏に向って北極側に移動していく。その北緯の最大になるのが**夏至**（summer solstice）である。**秋分**（autumnal equinox）には再び赤道上に戻ってくる。秋から**冬至**（winter solstice）に掛けては南極側に近寄っていく。冬至から春分に掛けてまた赤道上に戻ってくる。この太陽が天球上に描く軌跡は**黄道**（ecliptic）と呼ばれ、天球の赤道とある角度（実は地軸の傾むき）をなす大円となっている。

月（moon）もほぼ黄道上を1月弱で西から東へ向って1周する。黄道上で太陽とほぼ同じ位置にある時は**新月**（new moon）、少しずつ東へ移動し、西にある太陽から真横から照される時が**上弦**（first quator）、ちょうど対称の位置にある時は**満月**（full moon）、さらに移動し、東にある太陽から照される時が**下弦**（third quator）である。月の軌道は太陽の軌道と若干ずれており、そのずれる場所も徐々に移動していくため、太陽と月の位置が完全に一致する事は滅多に起きない。それが起きた瞬間が**日蝕**（solar eclipse）である。また、対称の位置で、月が地球の影に入った瞬間が**月食**（lunar eclipse）である。

惑星（planet）もほぼ黄道の付近を移動する。しかも概ね、太陽と同じように西から東へ向って移動する。しかし、丁寧に見ると、時々逆向して動くなど複雑な動きをする。このために、この動きをかなり正確に記述するモデルが作られた。

ギリシャ時代から中世にわたり、天体は完全であるとされた。したがってその運動も完全な図形である直線と円の組み合わせで記述できるはずであるという考えが根底にあった。しかし、恒星、太陽、月についてはほぼ円の上を等速で動くモデルで説明できたが、惑星だけは逆行運動があり、難渋したのである。これを解決したのがプラトンの弟子達であり、従円、周転円という二つの円運動の組み合わせで逆行運動を説明した。さらに**プトレマイオス**（Ptolemaios, Ptolemy）がこれらに加え、離心円、エカント（擬心）の概念を加え、一層、精度の高いモデルを作成した。

もっとも重要な従円、周転円モデルを紹介しておこう。**図 1**は固定された天球を北極側から見た図であり、地球と惑星の運動の様子を示したものである。中心にある地球

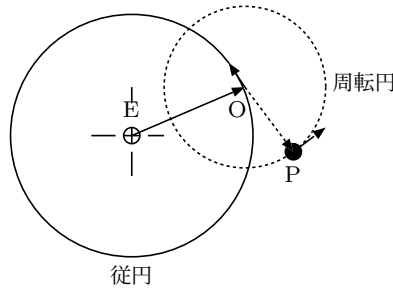


図1 従円・周転円モデル: E は地球, O は周転円の中心, P は惑星

は反時計回りにほぼ日周期で動いている（厳密には1日よりやや短い時間）。惑星は天球上を概ね西から東に向って移動していくが、その平均的な動きは地球を中心とした円の上を一定速度で動くモデルで説明できる。この円を**従円**（deferent）（**導円**ともいう）と呼ぶ。さらにこの従円上の移動点を中心に小さな**周転円**（epicycle）と呼ばれる円を描き、惑星はその円上でさらにやや高速に回転運動する点として表現される。

また周転円の中心も、周転円上の惑星も反時計回りで移動している。従円上の移動は比較的遅く、周転円上の移動はやや速い。従円の運動と周転円の運動が逆方向になる際に、逆行現象が起るようにする事ができる。

2 太陽中心モデル（地動説）による従円・周転円モデルの説明

太陽中心モデル（heliocentric model）とは**コペルニクス**（Copernicus）に代表される地球の方が動くという立場であり、これにより惑星の運動は簡単な形で説明できるようになった。日本語では**地動説**（heliocentric model）の用語の方が知られているが、本書では英語に即した用語を採用する。実は紀元前5-3世紀にはほぼ完全な形の太陽中心モデルが提案されており、コペルニクスは16世紀に再提案したといえよう。

地球中心モデルにおける従円・周転円モデルは、現在の太陽中心モデルからも説明可能なはずである。太陽中心モデルで太陽から地球に向うベクトルを $\mathbf{r}_E$ 、太陽から地球以外の惑星に向うベクトルを $\mathbf{r}_P$ とすると、地球から見た惑星の位置は $\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_E$ となる。

まず地球の軌道より内側の軌道を持つ**内惑星**（inferior planet）の運動について考察

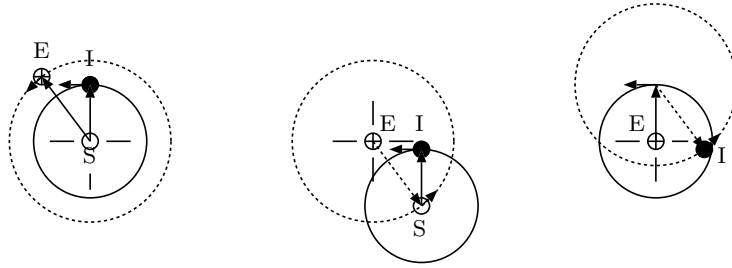


図2 内惑星 (S: 太陽, E: 地球, I: 内惑星)

左図: 太陽中心モデル

中央図: 地球中心モデル $-\mathbf{r}_E + \mathbf{r}_I$

右図: 地球中心モデル $\mathbf{r}_I - \mathbf{r}_E$

しよう。 $-\mathbf{r}_E$ は地球から見た太陽の位置である。したがって、 $-\mathbf{r}_E + \mathbf{r}_I$ は地球から見た太陽の位置から $\mathbf{r}_I$ のベクトルをひいた位置に惑星 I が見える事を示す。この様子を図2の中央図に示す。太陽の位置は破線の円で示されるので、これが従円である。その上を移動する点を中心に、内惑星は惑星軌道の大きさの実線の円上を短い周期で動く事になるので、この円が周転円という事になる。

$\mathbf{r}_I - \mathbf{r}_E$ を利用すると、図2の右図のように、まず地球の位置から $\mathbf{r}_I$ のベクトルを描き、そこを中心に $-\mathbf{r}_E$ の円を描く事になる。つまり、従円と周転円の立場が入れ替わる。このモデルのやや厄介な点は、周転円が地球の反対側にまで動く円になる事である。さらに、従円の回転速度は速いのに対し、周転円は遅く、従円が1回転しても周転円の方は、まだちょっとしか回転していない事である。

地球から見た内惑星の位置は中央図と右図は一致しているのでどちらを採用しても良いが、分かり易いのは中央図の方であろう。なお、破線の上の点の周期は丁度1年である。また、実線の上の点の周期は内惑星の公転周期（地球より短い）に一致する。

続いて地球の軌道より外側の軌道を持つ**外惑星** (superior planet) の運動について考察しよう。したがって、 $-\mathbf{r}_E + \mathbf{r}_O$ は地球から見た太陽の位置から $\mathbf{r}_O$ のベクトルをひいた位置に惑星 I が見える事を示す。この様子を図3の中央図に示す。太陽の位置は破線の円で示されるので、これが従円である。その上を移動する点を中心に、内惑星は惑星軌道の大きさの実線の円上を動く事になるので、この円が周転円という事になる。このモデルのやや厄介な点は、周転円が地球の反対側にまで動く円になる事である。さらに、従円の回転速度は速いのに対し、周転円は遅く、従円が1回転しても周転

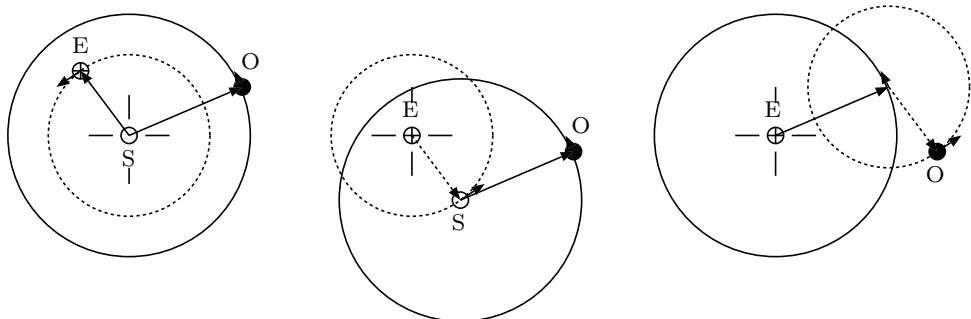


図3 外惑星 (S: 太陽, E: 地球, O: 外惑星)

左図: 太陽中心モデル

中央図: 地球中心モデル $-\mathbf{r}_E + \mathbf{r}_O$

右図: 地球中心モデル $\mathbf{r}_O - \mathbf{r}_E$

円の方は、まだちょっとしか回転していない事である。

$\mathbf{r}_O - \mathbf{r}_E$ を利用すると、図3の右図のように、まず地球の位置から $\mathbf{r}_O$ のベクトルを描き、そこを中心に $-\mathbf{r}_E$ の円を描く事になる。つまり、従円と周転円の立場が入れ替わる。従円の回転速度は遅く、周転円は速いので、比較的理解しやすい。

以上の結果より、プトレマイオス学派の唱えた地球中心モデルでは図4に見られるように、内惑星の場合には $-\mathbf{r}_E + \mathbf{r}_I$ の式で表わされるように、地球から見た太陽の動きを従円とし、その上に内惑星の軌道を周転円とする。一方、外惑星では、 $\mathbf{r}_O - \mathbf{r}_E$ の式で表わされるように、外惑星の軌道を従円とし、その上に太陽の動きを周転円としたものになっている。

なお、地球中心モデルでは、太陽中心モデルにおける惑星の軌道の概念はなかったもので、いずれの惑星の従円もほぼ天球の近くに存在しているとしていたので、周期以外の情報である距離の概念はほぼ消失している。しかし、従円と周転円がほぼ同じ面内にあるとしたため、周転円の運動は天球から外れる事となる。しかし、この外れは惑星の明るさの変化を説明できるため、容認されたようである。さりながら、従円や周転円の絶対的な大きさは無視され、ほぼ天球の傍にあるとされた。したがって、今迄示した図の従円や周転円は、従円がほぼ天球の位置に来るように相似変形されていると理解してほしい。

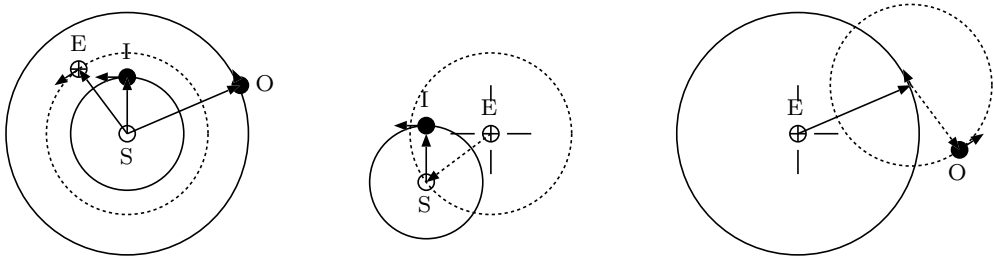


図4 プトレマイオス学派の地球中心モデル

左図: 太陽中心モデル

中央図: 内惑星: 図2中央図に対応し、太陽の動きは従円に表われている

右図: 外惑星: 図3右図に対応し、太陽の動きは周転円に表われている

3 地球中心モデルにおける惑星軌道の特徴

図4の結果を見ると、内惑星の従円は破線であり、その上の移動周期は地球の公転周期の1年である。外惑星の場合にはこの1年という周期は破線で描かれている周転円上の移動周期に現われている。当時、惑星として知られていたのは、水金火木土の5惑星であり、そのうち水金の2惑星の従円の周期、火木土の周転円の周期がいずれも1年である事から、1年で動く土台を基礎にすれば物事がすっきりする事は予想できたであろうが、千年以上に亘って、そのような解釈が再現しなかった事は誠に不思議である。

もっとも、前述のように、地球中心モデルでは1年周期を持つ従円（内惑星では周転円）の大きさは相似変形されおり、さらに、この1年周期が、内惑星では従円に、外惑星では周転円に出現した事などが、推理の妨げになったのかも知れない。

しかし、プトレマイオス派の地球中心モデルが長い間生き延びたのは、ギリシア哲学による完全図形の一つである円の信奉、キリスト教による地球中心主義による支え以外にも、その高い予測精度が大きな要因であった。次節で述べるように、プトレマイオスの理論には、従円、周転円に加え、離心円、エカントという概念も入っており、これらを利用すると実用上はほとんど問題のない精度で惑星の位置が予測できるのである。このため、わざわざ太陽中心モデルを導入しなくても良かったのが実状である。その後、科学的手法が進化し、ティコ・ブラーエ（Tycho Brahe）が詳細なデータを観測するに至り、ようやくプトレマイオスの予測では不十分である事が判明してきた。それを合理

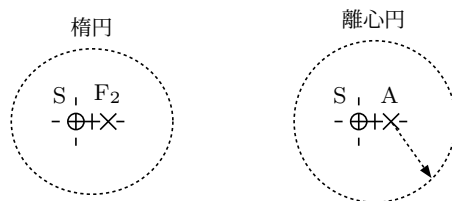


図5 離心円・エカント
右図: ケプラーによる楕円軌道
左図: 離心円・エカント A

的に説明したのがケプラーによる楕円軌道モデルである。

離心円とエカントについて若干紹介しておこう。地球中心モデルでは、惑星は十分遠方を動くとしてだけ理解しているので、軌道の円からのずれは問題にならないが、その上を動く速度（厳密には角速度）が一定でない事は何らかの形でモデルに取り入れる必要がある。その方法として採用されたのが、離心円とエカントという概念である。

離心円（eccentric circle）とは、従円を地球とはやや離れた場所に中心を持つ円とした手法である。これで、従円上の地球に近い点の角速度は速くなり、遠い点の角速度は遅くなるといった角速度の変化は説明できる。

しかし、光度の変化は角速度の速いはずの近い点側で暗く、遅いはずの遠い点で明るくなることから、この矛盾を解く必要があった。そこで、地球から見て従円の中心とちょうど対称に位置に**エカント**（equant）（**擬心**）と呼ばれる仮想の点を置き、従円上の点はそこを中心にして等角速度で動くとしたのである。

図5の左図はケプラーの楕円軌道である。右図は離心円・エカントの概念を入れた従円である。

まず左図で、地球のある方を第一焦点、残るを第二焦点としておこう。また、同じ軌道を第二焦点を原点にして見ると、対称性から次式が得られる。

4 楕円軌道の効果

ここからは**ケプラー**（Kepler）の法則を原点に、プトレマイオスの地球中心モデルの妥当性を議論していこう。ケプラーの法則は次のようにまとめられる。

1. 惑星は太陽を片方の**焦点**（focal point）とする楕円軌道上を運動する

2. 太陽と惑星を結ぶ線分が同じ時間に描く面積は等しい（面積速度一定の法則）
3. T^2/a^3 は惑星によらず一定（ T : 公転周期, a : 楕円の長軸半径）

第一法則は、太陽のある第一焦点に対し、軌道の近日点の方向を 0 度とすると、次式で与えられる。

$$r = \frac{l}{1 + e \cos \phi} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \phi} \quad (1)$$

e は離心率である。 l は任意定数であるが、太陽と近日点の距離 $l/(1 + e)$ と遠日点の距離 $l/(1 - e)$ の和が長軸半径の 2 倍である $2a$ になることから a を使って置き換えることができ、右式が得られる。また、短軸半径は、楕円の中心、第一焦点、短軸と軌道の交点に作るピタゴラスの定理から $b = a\sqrt{1 - e^2}$ で与えられる。それを利用し、楕円の面積は $S = \pi ab = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$ となる。

続いて第二法則であるが、これは h （一定）を面積速度として、

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{d\phi}{dt} = h \quad (2)$$

惑星の平均角速度を ω とすると、軌道の周期 T は面積速度 h から、また平均角速度 ω から計算できるので、これから h と ω の関係式を求めることができる。

$$h = \frac{S}{T} = \frac{S\omega}{2\pi} = \frac{1}{2} \omega a^2 \sqrt{1 - e^2} \quad (3)$$

これと前式を連立し、さらに楕円の方程式から得られた r を代入すれば、 ϕ に関する次の微分方程式が得られる。

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega \frac{(1 + e \cos \phi)^2}{(1 - e^2)\sqrt{1 - e^2}} \quad (4)$$

この微分方程式は解析的には解けず、 e の冪乗による級数解しか得られない。まず e が 0 であるとする、直ちに $\phi = \omega t$ が得られる。これを 0 次の近似解として右辺に代入し、 e の 1 次の項まで採用すると、

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega(1 + 2e \cos \omega t) \quad (5)$$

となり、その解は $\phi = \omega t + 2e \sin \omega t$ となる。さらにこの式を微分方程式の右辺に代入し、 e^2 の項まで採用すると、 e^2 に比例する項までの級数解が得られるのである。

こうして得られた級数解の e の 1 次項までを書くと

$$\phi = \omega t + 2e \sin \omega t + \cdots \quad (6)$$

さらに、これを楕円軌道の式に代入し、 e の 1 次項までを採用すると、

$$r = a(1 - e \cos \omega t + \dots) \quad (7)$$

さて惑星の ϕ と r の変化を議論する際に、 $z = re^{i\phi}$ (オイラー表現) の形の複素数で現わすと便利である。離心率とネイピア数が同じ e になってやや見難いかも知れないので注意が必要かも知れない。こうした振幅と位相を複素数で表して議論する手法は電気回路などで多用されている。すると、 ϕ と r の e の 1 次近似は次のように z に関する e の 1 次近似にまとめることができる。ただし、エカントとの結び付きを考え、少し異なる形に収斂させよう。

$$\begin{aligned} z &= a(1 - e \cos \omega t + \dots)e^{i(\omega t + 2e \sin \omega t + \dots)} \\ &= a(1 - e \cos \omega t + 2ie \sin \omega t)e^{i\omega t} + \dots \\ &= a(1 + e \cos \omega t - 2e \cos \omega t + 2ie \sin \omega t)e^{i\omega t} + \dots \\ &= a(1 + e \cos \omega t)e^{i\omega t} - 2ae + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

この軌跡は、エカント A を太陽 S から $2ae$ だけ離れた楕円の第 2 焦点 F_2 の位置に置き、A と S の中間点を中心した円の軌跡とほぼ一致する。またエカントから見ると一定の角速度になっている。ちなみにその場合、円の中心から惑星までの距離は、

$$r = \sqrt{(a \cos \omega t + ae)^2 + (a \sin \omega t)^2} \approx a(1 + e \cos \omega t) \quad (9)$$

と、(8) とほぼ一致する。

以上の手法により、ある惑星の位置を太陽を原点にした時の離心円とエカントを使って表わしたのであるが、地球中心モデルでは、地球の軌跡の楕円運動と、別の惑星の軌跡の楕円運動の組み合わせとなる。しかも、両者の近日点の方向はずれている。したがって、従円も周転円の双方共、離心円とエカントを使って表現されなければならない。ただし、地球の離心率は 0.0167 と、他の惑星の 0.05 から 0.2 ぐらい（ただし金星だけは 0.0068 とさらに小さい）に比べかなり小さいため、プトレマイオス体系では円としている。

5 むすび

以上、現在、我々が知っているケプラーによる太陽中心モデルに立って、プトレマイオス学派が打ち立てた地球中心モデルをサーベイしてみたが、プトレマイオス体系が 1,500 年近く生き残ったのはそれなりの精度があったためである事がわかった。

つまり、目視に頼る限り、どちらのモデルでもほぼ問題はなかったと言える。これから先は、より真実に近寄るという科学的興味によるものと言えよう。なお、太陽中心モデルの礎を築いたコペルニクス（Copernicus）についてはほとんど述べなかったが、それは、数値的精度が十分でなかったからであり、彼が再発掘した現在に至る太陽中心モデルの提案は正に画期的であったと言える。

索引

■ A

autumnal equinox (秋分) 2

■ C

celestial north pole (天の北極) 1

celestial south pole (天の南極) 1

celestial sphere (天球) 1

Copernicus (コペルニクス) 3, 10

■ D

declination (赤緯) 1

deferent (従円) 3

■ E

eccentric circle (離心円) 7

ecliptic (黄道) 2

epicycle (周転円) 3

equant (エカント) 7

equator (赤道) 1

■ F

first quator (上弦) 2

fixed star (恒星) 1

focal point (焦点) 7

full moon (満月) 2

■ G

geocentric model (地球中心モデル) 1

■ H

heliocentric model (太陽中心モデル) 3

■ I

inferior planet (内惑星) 3

■ K

Kepler (ケプラー) 7

■ L

latitude (緯度) 1

longitude (経度) 1

lunar eclipse (月食) 2

■ M

moon (月) 2

■ N

new moon (新月) 2

■ P

planet (惑星) 2

Ptolemaios, Ptolemy (プトレマイオス) 2

■ R

right ascension (赤経) 1

■ S

solar eclipse (日蝕) 2

summer solstice (夏至) 2

sun (太陽) 2

superior planet (外惑星) 4

■ T

third quator (下弦) 2

Tycho Brahe (ティコ・ブラーエ) 6

■ V

vernal equinox (春分点) 2

vernal equinox (春分) 2

■ W

winter solstice (冬至) 2

■ あ

緯度 (latitude) 1

エカント (equant) 7

■ か

外惑星 (superior planet) 4

下弦 (third quator) 2

擬心 → エカント 7

経度 (longitude) 1

夏至 (summer solstice) 2

月食 (lunar eclipse) 2

ケプラー (Kepler) 7

恒星 (fixed star) 1

黄道 (ecliptic) 2

コペルニクス (Copernicus) 3, 10

■ さ

従円 (deferent) 3

周転円 (epicycle) 3

秋分 (autumnal equinox) 2

春分 (vernal equinox) 2

春分点 (vernal equinox) 2

上弦 (first quator) 2

焦点 (focal point) 7

新月 (new moon) 2

赤緯 (declination)	1
赤経 (right ascension)	1
赤道 (equator)	1
 ■ た	
太陽 (sun)	2
太陽中心モデル (heliocentric model)	3
地球中心モデル (geocentric model)	1
地動説 → 太陽中心モデル	3
月 (moon)	2
ティコ・ブラーエ (Tycho Brahe)	6
天球 (celestial sphere)	1
天動説 → 地球中心モデル	1
天の南極 (celestial south pole)	1
天の北極 (celestial north pole)	1
導円 → 従円	3
冬至 (winter solstice)	2
 ■ な	
内惑星 (inferior planet)	3
日蝕 (solar eclipse)	2
 ■ は	
プトレマイオス (Ptolemaios, Ptolemy)	2
 ■ ま	
満月 (full moon)	2
 ■ ら	
離心円 (eccentric circle)	7
 ■ わ	
惑星 (planet)	2