

音階

岡部 洋一

東京大学・放送大学名誉教授

2021年12月12日

起草: 1965年4月1日

音階はどのように構成されたのだろうか。全音の間隔と半音の間隔はどのように決まっているのかについて述べる。

1965年4月1日：起草

2007年2月26日：Web公開

2013年1月14日：音の調和について

2016年12月1日：和音および和音進行の章の分離\rightarrow 「和音」

2017年3月12日：中全音律音階および不等分律音階の章の追加

All Rights Reserved (c) Yoichi OKABE 1965-present.

個人の使用以外のコピーを禁じます。また、再コピーおよび再配布は禁止します。ただし、教育目的に限り、再コピー、再配布は原著者を明示するという条件でのみ許諾します。

リンク先 (クリックできます)

- [音階 \(議論のページ\)](#)
- [音階 \(HTML 版\)](#)
- [指揮法 \(PDF 版\)](#)
- [岡部の Web に公開の文書](#)
- [岡部のトップページ](#)

まえがき

最近、第一の定年の機会に書類整理をしたら、若いころに作ったメモがいくつか見付かった。私の学生時代は、デジタル書類はもちろん、単純なコピーもなかったから、勉強したことはすべて手書メモにしてきた訳である。

学生時代には混声合唱部に属し、テナーのパートを唱っていた。始めのころは、無我夢中であったが、何年かいると、パート間の音合わせが気になるようになってくる。特に、反響の大きいアーケードの下などで音合わせをすると、時々、ぴたっと和音が合う、俗にハモる感覚がわかるようになってくる。しかし、ピアノとはちょっと音の高さが違うようである。ミラシが低めだとハモるのである。

世界に有名な合唱団の音を聞いても、例えばロジェーワグナー合唱団は、ゴーという力強いが濁った音を出し、ウィーン少年合唱団は、澄んだ清らかな音を出す。明かに、和音の作り方が違うように感じた。

これを簡単に納得するには、まずバスとソプラノに基音、例えばオクターブ異なるCを出してもらい、アルトにGを入れてもらう。最後にテナーがその間にEを入れるのであるが、その際、微妙に高さを変えていくのである。そうするとあるところで、突然澄んだ和音になるのである。

そうしていたら、楽典の本に、よく知られている平均律音階以外に、純正調音階というものがあるということが書いてあり、それ以降無性に、澄んだ和音に興味を持つようになったのである。知識ができた今から見直すと、純正調音階が平均律音階と最も異なるのはミラシであり、またミラシはテナーに割り当てられることが多いことも、こうしたことに気付いたり、興味を持った要因であろう。

ここに書かれたことは音楽理論の専門家からは自明のことであろうが、捨ててしまうのは惜しいので、ほぼメモそのままに掲載した。

著者

目次

第 1 章	はじめに	1
1.1	基音と倍音	1
1.2	耳の特性	2
第 2 章	音名と階名	3
2.1	音名	3
2.2	オクターブ表記	5
2.3	階名	7
2.4	読譜の際の音名/階名	9
2.5	数字譜や MML	11
2.6	音階	14
2.7	音度	15
第 3 章	平均律音階	17
3.1	セント	17
3.2	平均律音階	18
第 4 章	協和と音程	19
4.1	聴覚フィルタ	20
4.2	音程名	21
第 5 章	ピタゴラス音階	24
5.1	協和音程	24
5.2	ピタゴラス音階	25
5.3	ピタゴラス音階の和音	28
5.4	転調可能性	30
第 6 章	純正調音階	32
6.1	不完全協和音程	32

6.2	純正調音階（長音階）	34
6.3	純正調音階（短音階）	37
6.4	合唱における音取り	39
6.5	12音音階	40
6.6	純正調における転調，移調	41
6.7	純正調に関する私見	47
第7章	中全音律音階	48
7.1	全音の決定	48
7.2	五度圏	48
7.3	中全音律音階	49
第8章	不等分律音階	51
8.1	バッハのウェル・テンペラメント	51
8.2	キルンベルガー法	52
8.3	ヴェルクマイスター第3法	55
8.4	ヤング第2法	55
8.5	調性格論	56
8.6	平均律音階	59

第1章

はじめに

西洋の音階はどのように出来ているだろうかという、**和音** (chord) が元になっている。つまりいくつかの音を重ねていって、快く聞こえるように、音と音の周波数を調整することにより、**音階** (scale) を作っていったことがわかる。

本章では、その基礎となる概念を述べよう。

1.1 基音と倍音

弦楽器や管楽器は比較的澄んだ音、打楽器は比較的濁った音を出す、いずれもこれらの音を**周波数** (frequency) 分析してみると、色々な周波数が含まれていることがわかる。

前者の音は、それを構成しているいくつかの周波数が簡単な整数比となっている。特に、多くの音は基本となる周波数と、その倍数の周波数となっている。これらを一般の波動では**基本波** (fundamental wave) と**高調波** (harmonic wave) という。音の場合には**基音** (fundamental pitch) と**倍音** (harmonic tone) ともいう。また、基音の周波数は**基本周波数** (fundamental frequency) と呼ばれる。基音と倍音の混ざり具合、つまり強度分布が**音色** (tone) を決めることになる。なお、基本波の高さを**音高** (pitch) という。日本ではこれを音程とも言うが、本書では後述のように、音程という用語は二つの音の音高の間隔 (基本周波数比に対応) に限定して用いることとする。

一方、基本波以外の高い周波数成分も、複数の周波数の合成ではあるが、その周波数の比率は通常の楽器では正確な倍数関係にはなっていない。意外なことに人の声は、基音と倍音が完全な整数比になっているのである。声は、キツク膜のようなもので塞がれたところへ、無理に空気を流して、バタバタとした高調波の成分の多い原音を作り出す。この高調波はもちろん、原音そのものの周期の厳密な整数倍しかあり得ない。その原音を口腔、鼻腔、頭蓋骨などに共鳴させ、原音と同じ周波数であるが、エネルギー分布の異なる音にして外へ出し、音色を変えるのである。楽器で言えば管楽器が同じ原理で音を作るので、完全整数比となる。

弦楽器はやや複雑であり、おおよそ整数比であると言える。弦楽器は管楽器と異なり、一つの原因の共鳴で音を作っているのではない。弦の上に発生するいくつかのモードに対応する複数の音源の合成なのである。この複数の音源の基音の周波数が、たまたま、ほぼ整数比になっていると考えるのが分かり易い。

弦には、全体に腹が一つ、腹二つ、腹三つの正弦波と無数のモードで振動し得る。このことは、ハーモニクスと呼ばれる演奏法で体験することができるが、腹が多いほど、モードの周波数は高く、しかもほぼ腹の数に比例する。一般に、弦の一部を弾くと、いくつかのモードを同時に励振する。真中辺を弾くと、低い周波数のモード成分が増え、駒の傍を弾くと、高い周波数のモード成分が増える。

問題は、極めて多くの腹を持つモードの周波数は、正確な整数倍から少しずつ高目の周波数を持つようになることである。それは、駒付近で、弦の硬さのために、動きが鈍くなることに起因している。とは言え、これはかなり厳密な議論である。数倍の高調波まではほとんど正確な整数比と考えてよいであろう。

打楽器、特に太鼓系、銅鑼、シンバルと言ったものは、弦楽器のように一次元の振動モードでなく、二次元のモードを持つ。二次元の振動モードの高調波は、ほとんど整数比とはならない。そこで、濁った音に聞こえるのである。もちろん叩き方を工夫して、なるべく一つのモードだけを振動させるようにすることも可能であり、その場合には、理論的には純音に近い音が出せるはずであるが、技術的には難しい。

本書では、前者のような、比較的澄んだ音を対象に、音階について述べよう。

1.2 耳の特性

ドとそれより一オクターブ (octave) 上のド、さらにその一オクターブ上のドの基本周波数には、どのような関係があるだろうか。一見、等間隔に思えるが、実は $1:2:4$ となっている。つまり $1:2$, $1:2$ となっているのである。比が等しければ、音程 (interval) の間隔は等しく聞こえるのである。 $1:2:4$ を $2^0 : 2^1 : 2^2$ と記載してみるとわかるように、「基本周波数の対数の間隔が等しいと、音程の間隔が等しく聞こえる」と表現することができる。このため、「一オクターブとは基本周波数比二倍の間隔」と言うことができる。こうした性質があるため、二つの音の間隔とか差と言いながら、周波数の割り算を行うことが本書でも多々出現するので、注意いただきたい。

本書の内容とは直接は関係ないが、人間は種々の刺激の強さについても、その対数を感じる。これをフェヒナーの法則 (Fechner's law) という。音についても同様なので、例えば、強度 1 倍、10 倍、100 倍の音は、同じ間隔で、強くなっていくように感じる。

第2章

音名と階名

2.1 音名

絶対的な音の高さを示す音の名を**音名** (note name) という。通常、**オクターブ** (octave) をほぼ (等比級数的に) 12 等分にし、そこから特定 7 個 (ピアノの白鍵に対応) を取り出したものを**幹音** (natural note) といい、それぞれ音名を規定する。また、その他の 5 個 (ピアノの黒鍵に対応) を**派生音** (derived tone) という。それより上下に無限に広がるオクターブ (ピアノの場合は 7 オクターブ強) に対しては、同じ音名を使うことになるが、必要に応じ、後述するオクターブ表記を用いる。

絶対的というからには、各音ごとに周波数が決まっているのであるが、下に示す「A (La, イ)」でピアノの中央付近に位置する音を中央イとし、その基本周波数を 440 Hz とする。ただし、オーケストラなどでは華やかさを演出するため、442–443 Hz ぐらいにすることもある。他の音の周波数は、これを元に決定していくのである。例えば、中央 C (Do, ハ) は約 264 Hz である。

何故「C」でなく「A」が基準なのかというと、これは歴史的な理由がある。古代ギリシャで作られた音階が「La」を基準にして現在の幹音に対応する音階を生成していたからのものである。これから「La」に対応する「A」が基準になったと考えられる。その後、半音下に「Si」を持つ「Do」が終止音として、つまり主音として相応わしいということで、主人公は「C」に移動したが、高さの基準はそのまま「A」に残ったという訳である。

主音「C (Do, ハ)」から高音側に半音 (白黒区別せず、隣接する鍵の間隔) 数が 0, 2, 4, 5, 7, 9, 11 (何故こうした飛び飛びの番号になるのかは後述する) の位置にあるピアノの 7 個の白鍵に対応する音を**幹音** (natural note) といい、図 2.1 に示すように、多くの国ではこれらには独自の音名を付けている。独語は英語圏の「B」が「H」になっていることに注意して欲しい。

イタリアやフランスでは元々階名 (後述の相対的な名称) であった Do, Re, ... を音名にも用いているようである。これら伊語の二種類を区別するため、本書では、階名はすべ

言語	音名						
英語圏	C	D	E	F	G	A	B
独語	C	D	E	F	G	A	H
伊語	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si
日本語	ハ	ニ	ホ	ヘ	ト	イ	ロ
半音刻み数	0	2	4	5	7	9	11

図 2.1 音名（幹音）

言語	G	G [♯]	G [♭]	G ^{♯♯} *	G ^{♭♭}
英語圏	G	G sharp	G flat	G double sharp	G double flat
独語	G	Gis	Ges [†]	Gisis	Geses [‡]
伊語	Sol	Sol diesis	Sol bemolle	Sol doppio diesis	Sol doppio bemolle
日本語	ト	嬰ト	変ト	重嬰ト	重変ト

* ダブルシャープは通常 x に似た記号が使われる。

† 例外: E → Es, A → As, H → B

‡ 例外: Es → Eses, As → Ases, B → Bes (Heses)

図 2.2 音名（派生音: 例として幹音 G の場合を記載）

て小文字、音名は「大文字」で始まるものとした。なお、仏語では伊語と同じであるが、「Do」を、古くに使われていた「Ut」と呼ぶこともあるようである。

これら幹音の半音上下の音、つまり、ピアノの黒鍵に対応する音、あるいはさらに半音上下の派生音 (derived tone) には、音符ではその前に「♯」や「♭」や「♯♯」や「♭♭」の**変化記号** (accidental) を前に付けて表すが、音名では幹音の音名の「後に」これらを付ける。読み方も、図 2.2 に示すように、幹音の音名を基礎に、それを修飾して対応することが多い。

ピアノのような平均律音階では、黒鍵を挟む二つの白鍵の低音側の半音上と高音側の半音下、例えば「C[♯]」と「D[♭]」はそれぞれ**異名同音** (enharmonic) であるが、後述する純正調音階では、異なる音となるため、異名となっているのである。「D」と異名同音である「C[♯]」を何故使うのかも、純正調音階を知ると、意味がわかってくる。

独語では、この表からずれる場合が若干ある。「A[♭]」は Aes ではなく As, 「A^{♭♭}」は Ases, また「E[♭]」は Ees ではなく Es, 「E^{♭♭}」は Eses とする。もう一つの変則ルールは、H の半音下を Hes とはしないで B とする習慣があることである。どうも元は B[♭] → Bb → B となり、そのため B → H となつたらしい。そこで、「H[♭]」は Hes ではなく B, 「H^{♭♭}」は Bes (Heses も OK) となる。

なお、日本ではこれらのいずれもが使われている。クラシックでの音名はほとんど独

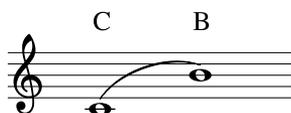


図 2.3 中央 C-B の楽譜上の位置、B の一つ下が 440 Hz の A

語、近現代の曲や和音（コード）名には英語、音階の主音の読み方は日本語（例えばハ長調など）、楽譜を読むときには音名でも階名でも伊語が使われる。本書ではいくつもの読みが入ると混乱するので、音名を使う場合には、一貫して英語圏の C-B を用いることとする。

2.2 オクターブ表記

音名は周波数が 2 倍になるたび、あるいは 1/2 倍になるたび、つまりオクターブ (octave) ごとに同じ名称が出てくる。これを区別したい場合には、音名に何らかの修飾をして表記することになる。中央イ (middle A) (または中央 A (middle A)) を囲む「C」からオクターブ上の「C」手前までを中央という形容詞を付ける。ピアノ鍵盤でもっとも中央に近いオクターブでもある。例えば中央ハ (middle C) (または中央 C (middle C)) とは中央イの左に最初に出てくる「C」である。以後「中央 C」などと呼ぶことにする。中央 C とは楽譜で言うと、ヘ音記号に続く低音部譜とト音記号に続く高音部譜のちょうど間にある「C」である。したがって「中央 C-B」は図 2.3 の五線譜 (staff notation) に示すようになる。

国際表記と呼ばれる表記法では、図 2.4 に示すように、この「中央 C-中央 B」を「C4-B4」と記載し、それより下のオクターブは「C3-B3」などと数字を一つ減らし、上のオクターブは「C5-B5」などと上付きのサフィックスを付けることとする。以下オクターブが下るほど、数字が減り、オクターブが上がるほど、数字が増える。本書では、国際表記を用いる。独語では下の方に大文字、上の方に小文字の音名を使う。日本は、独語を参考に、下の方をひらがな、上の方をカタカナの音名を使う。

ネット上でよく使われるものを「ネット通称」として載せたが、これは「C」の代わりに「A」を切れ目とした音名である。中央 A を hiA とし、それよりオクターブ上がるごとに hi を繰り返す。下には mid2, mid1 を経て low, lowlow となる。

なお、図は 88 鍵のピアノの鍵盤に対応し、「A0-C8」までの 7 oct と少しをカバーしているが、もちろん、理論的には上下、いくらでも定義できる。ちなみに、先に示した周波数基準の 440 Hz は「中央 A」の A4 の周波数である。また、A0 の周波数は $440/16=27.5$ Hz で、ほぼ可聴範囲の下限である。一方、一番上のオクターブ内の A7 は $440 \times 8=3.52$ kHz で、音声が明瞭に聞こえるための最大周波数に近い。なお、可聴範囲の上限は 20 kHz と

ピアノ鍵数	1-3	4-15	16-27	28-39
国際表記	A0-B0	C1-B1	C2-B2	C3-B3
独語表記	A ₂ -H ₂	C ₁ -H ₁	C-H	c-h
日本語表記	い-ろ	は-ろ	は-ろ	ハ-ロ
MIDI	21-23	24-35	36-47	48-59
ネット通称	lowlowA-	lowlowC-	lowC-	mid1C-
	lowlowB	lowB	mid1B	mid2B

	40-51	52-63	64-75	76-87	88	ピアノ鍵数
	C4-B4	C5-B5	C6-B6	C7-B7	C8	国際表記
	c ¹ -h ¹	c ² -h ²	c ³ -h ³	c ⁴ -h ⁴	c ⁵	独語表記
	い-ろ	は-ろ	は-ろ	は-ろ	ハ	日本語表記
	60-71	72-83	84-95	96-107	108	MIDI
	mid2C-	hiC-	hihiC-	hihihiC-	hihihihiC	ネット通称
	hiB	hihiB	hihihiB	hihihihiB		

図 2.4 オクターブ表記

楽器	国際	楽器	国際
Bass	E2-E4	Alto	E3-E5
Bariton	G2-G4	Mezzo Soprano	G3-G5
Tenor	B2-B4	Soprano	B3-B5
Male Speech	G2-D3	Female Speech	G3-D4
Horn	B1-B4	Contrabass	E1-G4
Trumpet	E3-D6	Cello	C2-C6
Obor	C3-A6	Viola	C3-F6
Flute	C3-F7	Violin	G3-G7
Piccoro	C5-C8	Guitar	E2-E5

図 2.5 音域

言われている。

参考のために、図 2.5 に声楽、管楽器、弦楽器の音域 (range) を示しておこう。

また声楽についてはやや詳しく図 2.6 に示すように五線を使って声域を示す。各パートの最低音はほぼ、Bass E2, Bariton G2, Tenor A2, Alto E3, Mezzo Soprano G3, Soprano B3 ぐらいであり、それから高音側にほぼ 2 oct が声域である。声域の真中付近

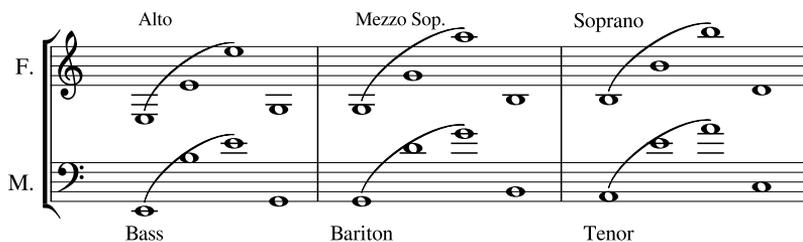


図 2.6 音声域の高さ（左より各パートの最低音，換声点，最高音，話声）

（女声はやや高目）に**換声点** (break point) というのがあり，それより下は**地声区** (modal voice register)，上は**裏声区** (falsetto register) と呼ばれる。換声点の位置は，男声の場合には声域の最低音から 1 oct+5 度上付近，女声の場合には 1 oct 上付近である。なお，参考に話声の高さも示したが，最低音のおよそ 3 度上辺りを使う。

地声区では胸に響かせた**地声** (chest voice)，裏声区では息漏れの多い弱々しい**ファルセット** (falsetto)，クラシックで用いられる息漏れのほとんどない柔らかく響く**頭声** (head voice) が用いられる。換声点を目立たなくする方法として，換声点より低い音から高い音まで，地声と頭声を徐々に混ぜていく**ミドルボイス** (middle voice) あるいは**ミックスボイス** (mixed voice) と呼ばれる発声法がある。女声は，話声でも裏声を使うことが多く，換声点の繋ぎは意識せずにできる人も多いが，男声にとってはいかに滑らかに繋ぐか訓練すべき課題である。

男声が E2–A4 をカバーしているのに対し，女声は中央 E3–B5 をカバーしている。その結果，人間の出せる声域は男女合せて E2–B5 である。また全声域の中央はほぼ**中央 C** (middle C) の C4 である。

概ね，女声はト音記号域に，男声はヘ音記号域に書かれる。ただし，Tenor パートは高い音で五線譜を飛び出すことが多いため，便宜的にオクターブ高いト音記号域に書かれることが多い。それを明示するために，Tenor を記載するト音記号には，厳密には下に 8 を付して**オッターバ・バッサ** (ottava bassa) *1，つまり 1 oct 下げる指示をするのがよい。

2.3 階名

主音がどこにあっても，主音からの相対的な位置だけで音の読み方が決まる**階名** (syllable name) というのがある。

まず**長音階** (major scale) の場合，英語圏や日本では一般に，階名は音名で示した伊語の幹音を基本とする。ただし，本書では階名の場合は，すべて「小文字」で表わすものとする。基本となるのはハ長調であり，その場合，ピアノで「C」から順に白鍵のみを選ん

*1 1 oct 上げるのは**オッターバ・アルタ** (ottava alta) 。

ピッチクラス値 (do 基準)	0	2	4	5	7	9	11	(12)
長音階名	do	re	mi	fa	sol	la	si	do ¹
ピッチクラス値 (la 基準)	0	2	3	5	7	8	10	(12)
自然短音階名	la	si	do	re	mi	fa	sol	la ¹
ピッチクラス値 (la 基準)	0	2	3	5	7	8	11	(12)
和声的短音階名	la	si	do	re	mi	fa	sol [#]	la ¹
半音数 (la 基準)	0	2	3	5	7	9	11	(12)
旋律的短音階名 (上行)	la	si	do	re	mi	fa [#]	sol [#]	la ¹

図 2.7 階名 (英語圏)

で「do, re, mi, fa, sol, la, si, (do)」とする。したがって、長調の主音は「do」であり、半音数 (ピッチクラス値) で「0, 2, 4, 5, 7, 9, 11, (12)」が対応する。他の調, 例えばト長調では「G」を主音とし, それから半音数で「0, 2, 4, 5, 7, 9, 11, (12)」が「do, re, ...」になる。このため, ほとんど白鍵でよいが, 「si」のみ黒鍵の「F[#]」としなければならない。

派生音を定義する場合には, 音名と同様に階名の後に「[#]」, 「^b」などの変化記号を「後に」付ける。

なお, ここで述べた長音階は, 厳密には**自然長音階** (natural major scale) である。**和声的長音階** (harmonic major scale) もあり, ここでは vi 度に「la^b」を使う。また, **旋律的長音階** (melodic major scale) もあり, 上行は自然長音階と同じであるが, 下行の際, vii 度, vi 度には「sol^b」, 「la^b」を使う。しかし, これらは本書では, 以後, 扱わない。

イタリアやフランスでは, 階名は数字で表すこともあるようで, その場合「do, re, mi, ...」は「1, 2, 3, ...」となる。以後, 本書では, 英語圏の階名を用いることとする。

短音階 (minor scale) についてはいくつかの種類があるが, そのうち**自然短音階** (natural minor scale) については, 前節最後に記載したハ長調に対するイ短調の関係の調であると, 変化記号が不要であることから, 「C」に対する「A」の関係 (短3度下) である「do」に対する「la」が伝統的に主音の階名として使われる。その結果, 長音階の階名が完全に利用できる。これから述べる他の短音階でも主音を「la」とする。**和声的短音階** (harmonic minor scale) は和声学の世界で使われる音階であり, 短音階でも終止法が成立するように, 自然短音階の vii の音を (i) の半音下の「sol[#]」とした音階である。**旋律的短音階** (melodic minor scale) は和声的短音階の「vi」と「vii」の間隔が増2度であるのを長2度にするため, 上行では「la, si, do, re, mi, fa[#], sol[#], (la)」, つまり半音刻みで「0, 2, 3, 5, 7, 9, 11, (12)」とするが, 下行では終止法の制約を受けないため, 自然短音階を用いる。

以上の各音階の階名を図 2.7 にまとめる。なお, 旋律的短音階では下行の際は自然短音階と同じ音を使うため, この表では「(上行)」なるコメントを付けた。

「階名」についても、オクターブごとに異なる名前を必要とする場合があるろう。音名のオクターブ修飾と同様に、本書では、基準オクターブ内は「do-si」のようにそのままとし、オクターブ上の階音には、「do¹-si¹」のように右肩に冪乗のような1から始まる上付き数字を、オクターブ下には「do₁-si₁」などと下付き数字を付すこととした（本書限り）。

2.4 読譜の際の音名/階名

音名で歌うことを、音名唱法 (note singing method) または固定ド唱法 (fixed-do system) という。階名で歌うことを、階名唱法 (solmization) または移動ド唱法 (movable-do system) という。ちなみに、イタリアやフランスでは固定ド唱法、英語圏やドイツでは移動ド唱法である*2。日本については後述する。

いずれの場合にも、オクターブの差があってもそれは区別しない。しかし、派生音をどう読むのが問題となる。一つの方法は変化記号を無視して読む方法があるが、その場合、音の発音と高さの連携が取れなくなる。

そこで、国によって種々の工夫がなされている。独語は派生音であってもその読みは比較的短いので、それをそのまま使うようである。英語の派生音は「シャープ」や「フラット」を付けるため、とても読めない。そこで、まず英国で伊語の「ドレミ」を基礎にしたトニック・ソルフファ法 (tonic sol-fa method) という移動ド唱法が発明された*3。これは、派生音に対しては「do, re, mi, ...」の母音を使おうというものである。ただし、その場合「sol」と「si」は同じ子音から始まるため、重複が避けられなくなる。そこで「si」を「ti」と読むことで、ほとんどの派生音を読めるように工夫されている。

現在、英語圏およびその周辺の国ではこのトニック・ソルフファ法が採用されている。なお、短音階の読みについても同様であるが、主音をラとした「ラシド」読みが多い。日本では、明治のころから「ハニホ」の母音による派生音読みなどの試行がなされた。現在は、英語圏の「ドレミ」に準じた方法がいくつか提案されているが、国としての統一基準はまだ無いようである。

派生音を含む読譜用の音名を、独語、英語圏、さらに佐藤賢太郎、松下耕、西塚氏、および著者が提案したものを図 2.8 に示す。

- 独語: 説明不要であろう。
- 本表のそれ以外の方式で、幹音は元の伊語を使う。ただし、sol[♯]をsiと定義するため、幹音の「si」は読譜用では「ti」とする。
- 英語圏: 余り使われない4個の派生音は未定義。♯は独語に合せ母音を「i」とする。bは独語に合せ母音を「e」、ただし「re^b」だけは「ra」とする。「mi^b」は「me」で

*2 <http://magic-piano.jugem.jp/?eid=313>

*3 <https://en.wikipedia.org/wiki/Solfège>

音名/階名	do ^b	do	do [#]	re ^b	re	re [#]	mi ^b	mi	mi [#]
独語式	Ces	C	Cis	Des	D	Dis	Es	E	Eis
英語圏	-	do	di	ra	re	ri	me	mi	-
コダーイ	da	do	di	ra	re	ri	ma	mi	-
佐藤式	de	do	di	ra	re	ri	me	mi	ma
松下式	-	do	di	ro	re	ri	ma	mi	-
西塚式	-	do	de	-	re	ri	-	mi	-
岡部式	du	do	di	ru	re	ri	mu	mi	ma

	fa ^b	fa	fa [#]	sol ^b	sol	sol [#]	la ^b	la	la [#]	si ^b	si	si [#]
独語式	Fes	F	Fis	Ges	G	Gis	As	A	Ais	B	H	His
英語圏	-	fa	fi	se	so	si	le	la	li	te	ti	-
コダーイ	-	fa	fi	sa	so	si	a	la	li	ta	ti	-
佐藤式	fe	fa	fi	se	so	si	le	la	li	te	ti	to
松下式	-	fa	fi	sa	so	si	lo	la	li	ta	ti	-
西塚式	-	fa	fi	-	so	sa	-	la	chi	-	ti	-
岡部式	fu	fa	fi	su	so	si	lu*	la*	li*	tu	ti	to

図 2.8 読譜用の音名（階名にも適用可）

*岡部式では日本人には「lu, la, li」の替りに「nu, na, ni」、もしくは「u, a, i」を推奨。bb, ## に対しては語尾にさらに「s」を付ける

あるが「ma」も使うようである。

- コダーイ式: 3 個の派生音が未定義。♯は母音を「i」。b は母音を「a」、ただし「la^b」は「a」。
- 佐藤式: すべての派生音を定義している。♯は母音を「i」、ただし「mi[#]」と「ti[#]」については同音異名の fa と do の母音に合せ「ma」と「to」とする。b は母音を「e」、ただし「re^b」は「ra」。
- 松下式: 4 個の派生音が未定義。♯は母音を「i」。b は母音を「a」、ただし「re, la」の母音は「o」。
- 西塚式: すべての異名同音の派生音を幹音の ♯ で定義するため b による派生音はすべて未定義。♯による派生音の母音は、原則一つ上の幹音の母音を使う。ただし「fa[#]」は「fi」、「la[#]」は次音の ti に近い「chi」を使う。
- 岡部式: すべての派生音を定義している。♯は母音部分を「i」、b は母音部分を「u」とする。ただし、滅多には出てこない「mi[#]」、「ti[#]」については「ma」、「to」とする。「r」と「l」の区別がしにくい日本人には、「lu, la, li」の替りに「nu, na, ni」

(多少読みづらいが「u, a, i」も可)を用いることを推奨する。さらに, bb, ## に対しては, さらに「s」を語尾に付ける。例えば「fa#」は「fi」なので「fa##」は「fi-s」とする。

日本では固定ド唱法と移動ド唱法のいずれを使うべきか, まだ結論が出ていないように思われる。戦前のことはよくわからないが, 戦後からしばらくは移動ドの教育がされた。1960 年生まれ以後の年代は固定ドのようである。ただし, 正確な過渡期についてはよくわからない。2000 年生まれ以後は, 音楽教師に依存するようである。

私自身は, 小学校から高等学校まで移動ド唱法を学んだ。その立場から, 両方の得失を述べたい。移動ド唱法の長所は移調に強いことである。どんな曲でも, どこかの調で覚えれば, たちどころに他の調で歌うことができる。しかし, 一方で, C4 の音を出せと言われても, 容易には出せない。さらに同一曲内で転調があると, その前でのドの位置と後でのドの位置のずれが発生するため, 直ぐには補正できないため, 大変苦勞する。

一方, 固定ド唱法で学んだ人は逆のトラブルが発生する。転調や臨時記号に強く, どんな曲でも最初の音が容易に出せる。しかし, 移調して歌えと言われると大変なようである。

私は, 複雑な曲を学ぶにつれ, 固定ド唱法を練習するようになった。学んでびっくりしたのは, 当初, ハ長調/イ短調以外の曲の終止がしっくりしないことであった。ただし, 一年ぐらい練習した結果, 違和感はほとんど無くなった。もう一つびっくりしたのは, 世間には電子音が溢れているが, その多くで A の音を使っていることがわかるようになったことである。そのため, 逆に A の音が出しやすくなった。さらに, 転調や臨時記号にも強くなった。もちろん, 元々移動ド唱法を学んできたため, 曲の移調も楽にできる。ということで, 結論であるが, 元々移動ド唱法の強い人はぜひ固定ド唱法も勉強すべきである。逆に元々固定ド唱法の強い人もぜひ移動ド唱法を学んでほしい。いずれも, 自分の経験では一年ぐらいで習得できると思う。

2.5 数字譜や MML

フランスやイタリアでは階名として数字が使われると書いたが, それを使った**数字譜**(numeric notation)と呼ばれるものがある。この方式は五線譜を使わないため, 耳コピーなどの際, 便利であるので紹介しておこう。なお, 日本では戦前は通常の音楽教育に利用されていたが, 現在は, 二胡や三味線の楽譜としてしか使われていない。まず「do, re, mi, ...」の代わりに「1, 2, 3, ...」を用いる。例えば図 2.9 に示した「赤とんぼ」(一部)数字譜は以下のように書く。

1=D 3/4

5 1 1. 2 | 3 5 1 6 5 | 6 1 1 2 | 3 - - |

Achimbe

A D D E #F A D B A B D D E #F
 La Re Re Mi #Fa La Re Ti La Ti Re Re Mi #Fa
 sol do do re mi sol do la sol la do do re mi
 5 1 1 2 3 5 1 6 5 6 1 1 2 3

#F B A B D B A B A #F A #F D #F E D D
 #Fa Ti La Ti Re Ti La Ti La #Fa La #Fa Re #Fa Mi Re Re
 mi la sol la do la sol la sol mi sol mi do mi re do do
 3 6 5 6 1 6 5 6 5 3 5 3 1 3 2 1 1

図 2.9 「赤とんぼ」：歌詞欄は上から順に音名（独語）、音名（伊語，固定ド）、階名（伊語，移動ド）、階名（数字）

3 6 5. 6|1 6 5 6 5 3|5 3 1 3 2 1|1 - - :||

ルールは以下のようなものである。

- 原則，階名である。「do, re, mi, ...」の代わりに「1, 2, 3, ...」を用いる。休符は 0。
- C4-B4 は数字のみ，C3-B3 は数字の下にドットを 1 個，C5-B5 は数字の上にドットを 1 個付ける。これを越える場合にはドットの数を増やす。
- # や b が必要な場合には数字の前に付ける。
- 四分音符は数字のみ，八分音符はアンダーライン一本，16 分音符はアンダーライン二本。さらに短い音符はアンダーラインの本数を増やす。二分音符などは四分音符の連続ということで「1 - 」などとする。
- 付点は数字の右に中点「・」。
- 小節区切りの縦線などは，五線譜と同じ。
- 調号は，例えばト長調は，数字の 1 が G ということで，譜の最初に 1=G などと記す。イ短調は 6=A。
- 拍子記号は，調号の次に分数で記す。
- その他，三連符，スラーなど，ほとんど五線譜に準ずる。

これを若干修正して，メールのようにすべてをテキストで記載できるようにすることもできる。いくつかの方言があるが，一例を上げれば「赤とんぼ」は以下のように書く。

1=D 3/4
 _5/1/1. 2/| 3/5/~1/6/5 |6/1/1 2 |3 - - |
 3/6/5. 6/|~1/6/ 5/6/5/3/|5/3/1/3/2/1/|1 - - :|

オクターブ指定は「O」に数字を付けて指定（デフォルトは 4）、相対指定も可で、下は「_」、上は「^」を前置する。8 分音符以下の指定は、アンダーラインの代わりに「/」を使う。付点は、中点でなく、ピリオドとする。

ちなみに、数字譜は階名表記であるが、調号を常に「1=C」とすれば音名表記としても使える。

あるいは調号を省略し、数字でなく音名（独語や伊語）を使う方がよいかも知れない。私個人が耳コピーを行う際は、前節で述べた読譜用音名「Do, Re, Mi, Fa, So, La, Ti」、もしくはこれらの頭文字部分だけを使い、半音上はこれらの後に「i」を、半音下は後に「u」を付け、譜読みとの整合性をとっている。オクターブ上げは「^」、下げは「_」を前置する。休符は 0 とする。8 分音符は「/」または 8 を後置し、8 分音符が続くなど、頭の指示が続く場合には「()」により纏めることができる。16 分音符は「//」または 16 を後置、2 分音符は「*」または 2 を後置、全音符は「**」または 1 を後置、付点は「.」。

3/4

```
(_LaRe)/ Re. Mi/|(FiLa ^ReTi)/ La|(TiRe)/ Re Mi|Fi*.|
(FiTl)/ La. Ti/|(^ReTi LaTi LaFi)/|(LaFi ReFi MiRe)/|Re*.:||
または、音名の母音を落として、
```

3/4

```
(_LR)/ R. M/|(FiL ^RT)/ L|(TR)/ R M|Fi*.|
(FiT)/ L. T/|(^RT LT LFi)/|(LFi RFi MR)/|R*.:||
```

最後に（Music Macro Language）を紹介しておく。XML 式のものもあるが、ここに紹介するもの^{*4}は音符を文字列で並べる形式のもので、MIDI との連携もよい。ただし、いくつかの方言があるようである。

```
/:>A8<D8 D. E8 L8 F+A<D>B A4 B8D8D E4 L4 F+2.
F+8B8 A. B8 L8 <D>BABAFA+A F+DF+ED L4 D2. :/;
```

MML には拍子記号はない（本稿では便宜的に、小節ごとに空白を入れた）。デフォルトの音符長は「L」に後置の数字で指定（指定なきは 4）し、それ以後を既定する。音符の後の数字は 8 ならば 8 分音符、数字がない場合にはデフォルト長。三連符は C6D6E6 など（合せて 3/6、つまり 2 分音符 1 個分）とする。シャープは「+」、フラットは「-」を後置。オクターブ指定は「O」と後置の数字で指定し（指定なきは 4）、それ以後を既定する。「>」はそれ以後を 1 oct 下げ、「<」はそれ以後を 1 oct 上げる。「/ : /」はリピート。

^{*4} <http://mmlsound.sakura.ne.jp/mmlsound/v1mml/v1mmlref.html>

2.6 音階

音階 (scale) とは、任意の高さを主音として、次の幹音はどのくらいの高さに置くか、さらに次の幹音は、..., と主音からオクターブ上の主音の間に幹音をどう配置するかを定めたものである。簡単に言えば、不揃いな階段のステップの配置のことであり、洋楽では7音の長音階、短音階 (いくつかある) が知られている。実はかつて教会で使われた**教会旋法** (gregorian mode) には、主音として、現在の7個の幹音のいずれもを利用したものがあつた。ただし、厳密には旋法であるので、曲の終りの音が異なるといった程度の差かも知れない。

さらに、世界中を探せばほとんど無限と言ってよいほどの音階がある。特に**五音音階** (pentatonic scale) と呼ばれるオクターブ内に5個の主音しかないものが多い。日本の**雅楽** (ancient court music) の音階は中国の**五声** (five tunes) から来ており、**律旋法** (ritsusenpo) と**呂旋法** (ryosenpo) がある。前者は「do, re, fa, sol, la, (do)」で構成され、幹音間の音程は半音を1として「2, 3, 2, 2, 3」となる。また後者は中国の宮調式と同じで「do, re, mi, sol, la, (do)」で構成され、間隔は「2, 2, 3, 2, 3」となる。洋式の長音階から4, 6番目の幹音が抜けていることから**ヨナ抜き長音階** (yona nuki major scale) とも呼ばれる。また、**五音長調** (pentatonic major) と同じで、F[#]を主音とすれば、ピアノの黒鍵だけで構成できる。その後、律旋法、呂旋法とも2音ずつ追加されて、それぞれ「do, re, re[#], fa, sol, la, la[#], (do)」、**ニロ抜き長音階** (niro nuki major scale) 「do, re, mi, sol^b, sol, la, si, (do)」の7音になる。

また、**俗楽** (common people's music) で使われた陰旋法、陽旋法は共に上行と下行があり「do, re^b, fa, sol, la[#], (do), la^b, sol, fa, re^b, do」、**都節** 「do, re, fa, sol, la[#], (do), la, sol, fa, re, do」である。前者は都節、後者は田舎節とも呼ばれる。

ヨナ抜き音階を洋式の短音階のようにlaから読み始めると「la, do, re, mi, sol, (la)」となるが、これは自然短音階の2, 6音が抜けるため、**ニロ抜き音階** (niro nuki scale) と呼ばれる。中国の羽調式と同じである。音程は「3, 2, 2, 3, 2」となり、**五音短調** (pentatonic minor) ともいう。

琉球音階 (Ryukyu scale) とも呼ばれ、「do, mi, fa, sol, si, (do)」で構成される。音程は「4, 1, 2, 4, 1」となる。

洋楽で、**長音階** (major scale) と**短音階** (minor scale) が生き残ったのは、ルネッサンスを境として、和音を中心とするホモフォニーとそれに伴う終止法の発達によるものであろう。

音度	i	ii	iii	iv	v	vi	vii	(i)
長音階	do	re	mi	fa	sol	la	si	(do)
自然短音階	la	si	do	re	mi	fa	sol	(la)
和声的短音階	la	si	do	re	mi	fa	sol [#]	(la)
旋律的短音階（上行）	la	si	do	re	mi	fa [#]	sol [#]	(la)

図 2.10 各音階の音度の階名 (i: 主音, vi: 下屬音, v: 属音, vii: 導音)

2.7 音度

一般に主音を i とし、以後、上の幹音に順に小文字のローマ数字 ii, iii, ... を割り付ける。これを**音度** (scale degree) という。

図 2.10 に代表的な音階である長音階と各短音階の音度を階名で示したものをまとめる。

長音階と短音階を混ぜて議論する場合には、いずれも「i, ii, ...」となってしまう区別がつかない。その場合には、短音階を「^oi, ^oii, ...」と表す方法もある。この場合、短音階の主音「^oi」が長音階のどの音に対応するかを明示する必要がある。「vi」の場合には、二つの関係は**平行調** (relative key), 「i」の場合には**同主調** (parallel key) もしくは**同名調** (parallel key) と呼ばれる。

これら音度には特定な**音度名** (scale degree name) が付けられており、「i 度音」は**主音** (tonic, keynote), 「ii 度音」は**上主音** (supertonic), 「iii 度音」は**中音** (mediant), 「iv 度音」は**下屬音** (subdominant), 「v 度音」は**属音** (dominant), 「vi 度音」は**下中音** (submediant), 「vii 度音」は**導音** (leading tone) という。特に、主音、属音、下屬音は重要な音であるので、覚えておいてほしい。なお、属音とは主音に属している音のように思われるが、英語を見ると、主音を支配している音という意味で、和音の進行などで、主和音を支配する役割を持つ属和音の根音となっていることを示している。また、中音とは主音と属音の間という意味である。「下」はその関係を上の主音から落としてきたということで、今風に言えば転回した音である。

音度は、長音階と短音階を一緒に議論するときなど便利なので、今後の議論では、多用される。また、和音の議論、特に新しい時代のコードの名称などによく使われる。

音階と似たような用語に**調** (key) という用語がある。調とは本来、主音の高さのことであり、音名により表現する。「C」を主音とする音階は「**ハ調**」である。しかし、多くの場合、これに長音階か短音階かの区別を組み合わせる。例えば「C」を主音とする長音階は**ハ長調** (C major key) と言う。同様に、「C」を主音とする短音階は**ハ短調** と言う。短音階の三種類の区別までは示さない。

「C」以外の音を主音とする長音階では、半音の数「0, 2, 4, 5, 7, 9, 11」の位置がハ長調の幹音、つまりピアノの白鍵の位置に来るとは限らなくなる。例えば**ト長調**（G major key）では「G, A, B, C, D, E, F[#]」となる。また**ヘ長調**（F major key）では「F, G, A, B^b, C, D, E」となる。このように、一般の調では、変化記号の入った派生音が必要となる。

短音階では元々の音度に変化記号が入っているので、**ハ短調**（C minor key）（自然短音階）では「C, D, E^b, F, G, A^b, B^b」となる。ただし、**イ短調**（A minor key）（自然短音階）では、イ長調のいくつかの音についての変化記号と音度についての変化記号がすべてちょうど相殺し、「A, B, C, D, E, F, G」と変化記号が不要となる。

第3章

平均律音階

3.1 セント

平均律音階というのは、後述するが、1 oct を等間隔の音程、12 個の半音 (half tone) で分割したものを基礎に作成した音階 (scale) である。等間隔ということは、基本波の周波数で言うと、等比率である。音の高さの比較を一々比で表わすよりは、周波数の対数の差で表わす方が、より直感的である。そこで、周波数の対数の上に等間隔で刻んだ目盛がいくつか提案されている。現在、最も使われているのがセント (cent) という単位である。平均律音階の半音の間隔を 100 等分したものである。まず半音の音程を h 倍とすると、 $h^{12} = 2$ (2 は 1 oct) であるから、 $h = 2^{1/12} \doteq 1.06$ となる。1 cent に対する比率を c 倍とすると $c^{100} = h$ であるから、 $c = h^{(1/100)} = 2^{(1/1200)} \doteq 1.00058$ である。

これからの議論では沢山の比が出てくるが、これをセントで表現することが多い。任意の比を r とするとき、 $r = c^x$ から x を求めればよいので、 $r = 2^{(x/1200)}$ 。これより r の比をセントで表わすと次式のようなになる。

$$1200 \log_2 r \quad (\text{cent}) \tag{3.1}$$

この他、同様な対数表示ではあるが、Euler の定めた $1000 \log_{10} r$ 、ドイツ式の $1000 \log_2 r$ (Millioktaven)、日本式の $6 \log_2 r$ などがある。それぞれ、1 oct (1200 cent) が約 300, 1000, 6 となる。また平均律の半音 (100 cent) はそれぞれ、約 25, 約 83.3, 0.5 となる。ただし、セントが最も使われており、本書でもセントしか使わない。

なお、比に対しセントは対数であるので、線形な関係にはない。しかし、比がほとんど 1 のときには、ほぼ直線的な関係になる。

1 cent :	1.00058 の比
10 cent :	1.0058 の比
100 cent :	1.059 の比
1000 cent :	1.782 の比

さすがに、1000 cent ともなると、比の 1 からのずれはセント数には比例してこないが、100 cent ぐらいまではほぼ比例している。このため「100 cent (半音) はおよそ 6% 弱増」と覚えておくとよい。

3.2 平均律音階

ピアノの白鍵と黒鍵の配置から分るように、任意の「C」を主音とした平均律音階 (equal temperament scale) の「C, D, E, F, G, A, B, C¹, ..., C²」(「C¹」は 1 oct 上の「C」, 「C²」は 2 oct 上の「C」) を「A」を基準にしたセントで表わすと、図 3.1 に示すように、100 cent の整数倍となる。隣接する音と間隔を見ると 200 または 100 cent であるが、200 cent の間隔を全音 (whole tone), 100 cent の間隔を半音 (half tone) と呼ぶ。平均律音階はセントでは簡単に表わされるが、比では簡単にはならない。例えば「C」に対する比で表わすと 1, 1.122 ($=2^{2/12}$), 1.260, 1.335, 1.498, 1.682, 1.888, 2 と、2 の冪数以外は無理数となる。

音名	C	D	E	F	G	A	B	C ¹
比	$2^{-9/12}$	$2^{-7/12}$	$2^{-5/12}$	$2^{-4/12}$	$2^{-2/12}$	1	$2^{2/12}$	$2^{3/12}$
cent (基準 A)	-900	-700	-500	-400	-200	0	200	300
cent (基準 C)	0	200	400	500	700	900	1100	1200

図 3.1 平均律音階 (主音 C)

1 oct が何故、半音 12 個からなり、何故、半音や全音の複雑な組合せで構成されているのかについては、次章以後で明かとなる。

第4章

協和と音程

まず、二つの音から和音 (chord) を作ろう。これらの音の基本周波数の比が、整数であると、両方の音の倍音はすべて、これら基本周波数の最大公約数の周波数の整数倍となる。つまり、最大公約数を基本周波数とする別の音色 (tone) の音のように聞こえることになる。しかし、実はこの合成音は最大公約数である基本周波数そのものは含んでいないため、やや不自然な音になるが、濁った感じはない。この辺で、やや物理数学的な考察をしておこう。結論は簡単であるので、式の部分は飛ばしても構わない。以下の議論で、人間の耳の可聴域が重要な意味を持つ。特に下限が重要であり、20 Hz と言われている。

二つの音の周波数を pf_0 、 qf_0 としよう。ここで p 、 q は互いに素 (最大公約数 GCD=1) とする。すると、二つの音を同時に聞いたときに感じる基本波は、当然 f_0 となり、その p 倍、 q 倍の高調波を感じるようになる。当然、これが可聴域より低いと、基本波を感じなくなってしまう。この最大公約数的な周波数 f_0 を、以後**共通基本波周波数** (common fundamental frequency) と呼ぼう (本書限り)。ちなみに、二音が極めて近いが互いに簡単な整数比ではない周波数にある場合、共通基本波周波数は 0 となる。

今後の章では、二音の周波数が $(p/p') f_0$ 、 $(q/q') f_0$ で与えられ、かつ、これらが任意の整数の場合の共通基本波周波数を求めることがしばしば発生する。 f_0 を外して議論しよう。まず、二つの係数である分数はそれぞれ既約分数 (p と p' が互いに素) であるとしよう。 p と q の最大公約数を g としよう。また、 p' と q' の最小公倍数を G' としよう。すると $p = Pg$ 、 $q = Qg$ 、 $p' = P'g' = G'/Q'$ 、 $q' = Q'g' = G'/P'$ などと書けるので、 $p/p' = PQ'(g/G')$ 、 $q/q' = QP'(g/G')$ となる。この二つの比で PQ' と QP' は互いに素となる。互いに素でないとする、 P と P' は互いに素、 Q と Q' は互いに素であるから、 P と Q が共通約数を持つか、 P' と Q' が共通約数を持つことになるが、これらは最小公倍数の残りの部分なので、あり得ない。互いに素であるため、結局 $(g/G')f_0$ が共通基本波周波数ということになる。

次に、 p/p' 、 q/q' がそれぞれ既約分数でないとしよう。すると、それぞれの共通約数は g にも G' にも含まれるため、 $(g/G')f_0$ の値は変わらないことになる。したがって、「二音

の周波数が $(p/p') f_0$ 、 $(q/q') f_0$ で与えられる場合には、共通基本波周波数はいかなる場合でも $[g(p, q)/G(p', q')] f_0$ となる。

次に、この二つの音の作る**唸り** (beat) の周波数を求めておこう。唸りとは、人間の耳を含む聴覚器官の非線形性により、周波数の混合が起き、二つの音の持つ周波数の和や差の音が聞こえる現象である。二つの音の高調波も唸りを作り得るが、もっとも強く聞こえるのは基本波同士の唸りである。その場合、二音の周波数を f_1 、 f_2 とすると、唸りの周波数は $f_1 - f_2$ と、二つの周波数の差で与えられる。

これがどのくらいの範囲の周波数だと唸りとして聞こえるかであるが、実際に聞いてみると、周波数差が数 Hz から 20 Hz ぐらいが気になるブルブルといった**ウルフ音** (wolf note) (独語ではヴォルフ音) と呼ばれるものであることがわかる。440 Hz に対して、5% ぐらいなので、およそ 80 cent 以内の近接した音の唸りは気になることとなる。元々ウルフ音では、特に弦楽器について、弦が出す音に楽器が共鳴し、また、その共鳴周波数が若干ずれているために発生する唸りのことで、数 Hz から十数 Hz が対象のようなのである。ただし、オクターブぐらい離れた音の間のウルフ音というものもあるようなので、二つの比較的小さな整数 p と q を仮定して、 $pf_1 - qf_2$ にも注意を払う必要があるだろう。一方で、1 から 2 Hz 程度の唸りは気にならないようなので、差が 10 cent を切れれば同音とみなせる。

人間の可聴域を 20 Hz として、「二音の共通基本波周波数が 20 Hz 以上であること、さらに、基本周波数の差が 20 Hz もしくは数 Hz 以下であることの二点が満足されることが、**協和** (consonance) の条件である」というのが、私の仮説である。また、440 Hz の周波数付近で考えると、これは 5% ずれもしくは 80 cent の差に対応する。実際、後の議論で、この判定をした結果を示すが、昔から悪い音程と呼ばれているものが、うまく選別される。もちろん、この議論は三和音に対しても成立する。三音の共通基本波周波数が可聴域にあるときのみ、協和していることになる。本章で述べるピタゴラス音階や純正調音階は、この協和の概念を強く意識して作られている。

4.1 聴覚フィルタ

20 世紀になって、**聴覚フィルタ** (auditory filter) という考え方が提起された。純音 (正弦波) に対する、協和、不協和を決める考え方である。可聴域をカバーするおよそ 24 個の帯域フィルタがあり、帯域外の (異なる帯域に入る) 音は協和、帯域内でもある程度の近さの周波数の音とは不協和になるが、近過ぎても遠過ぎても協和するというものである。各フィルタの帯域幅は、中心周波数のおよそ $\pm 1/3$ oct なので、400 cent ぐらいになる。ただし、中心周波数 1 kHz 以下では 100 Hz ぐらいに飽和する。たとえば中心周波数 A の 440 Hz では 450 cent ぐらい、C の 262 Hz では 600 cent ぐらいになる。これを**臨界帯域** (critical band) とよぶ。

可聴域はおよそ 20 から 20kHz であり、10 oct ある。つまり 12000 cent。これを臨界

帯域 400 cent で割ると、30 であり、24 に対しやや大きい、それは 200Hz ぐらいからフィルタの帯域が周波数に比例せず、ほぼ一定になるからである。

さて協和度という概念があり、これは二つの音の周波数がこの帯域内でどのくらい離れているかで決定される。協和度が 0.5 ぐらいになるのは臨界帯域幅の 0.05 から 0.6 ぐらい、10 から 120 cent ぐらいである。その間で協和度がほぼ 0、つまりもっとも不協和に感じる音の間隔は、ほぼ 0.25 なので、50 cent ぐらいになる。440 Hz で言えば、臨界帯域幅が 44 Hz、協和度 0.5 以下が 2.2 から 26 Hz、もっとも不協和なのが 11 Hz ということになり、前節での私の記述とあまり大きな違いはないようである。なお、この仮説の結論はあくまでも純音間の話であり、それぞれの音が高調波を持つ場合には、高調波同士に対する協和性の議論が必要なことも、私の議論と大きく違ってはいない。

不思議なことに、聴覚フィルタの具体的な位置を示しているものは見当たらず、単純に「不快な音の間隔はある程度離れたところに存在する」と言い直すことも可能のように思える。

4.2 音程名

いずれにせよ、二つの音の間の協和性については、それぞれの基本波周波数が簡単な整数比であることが重要である。もっとも僅かなずれは許容されるようである。任意の二つの音の隔り、より厳密には基本波周波数の比を音程 (interval) という。日本語では音高 (pitch) のこともしばしば音程と言うが、本書ではあくまでも音の間隔 (比) を指すものとする。

音程名は度数 (degree) とその前についた完全 (perfect, P)、長 (major, M)、短 (minor, m)、増 (augmented, aug, +)、減 (diminished, dim, -)、重増 (doubly augmented)、重減 (doubly diminished) の修飾子からなる。度数は、対象となる二音の変化記号を無視し、幹音の数で数えた音の間隔である。注意して欲しいのは、同音 (unison) の場合、0 度ではなく 1 度である。例えば、長音階の「 \flat iii」と「 \sharp v」であると、「iii, iv, v」と三つ目の音になるので、3 度となる。

続いて、変化記号をも考慮し、二つの音の差が半音いくつかを数える。この数によって度数の前に付ける修飾子が決定される。この規則により決まる音程名を図 4.1 に示す。

修飾子の付け方は、一見、分りにくい規則であり、詳細はピタゴラス音階と純正調音階の話の後の方が理解しやすいであろうが、ざっとした解説をしておく。これには二つの音がどのくらい協和しやすいか、つまり比が関わっている。

同音は言うまでもなく協和するため完全 1 度という。二つの音の周波数比が 1:2 であると、これも協和するが、この場合にはちょうど 1 oct の差となる。1 oct は 8 度であるため、oct 離れた同音は完全 8 度という。1:2ⁿ は n oct の差となるが、ここでは 1 oct 以内の音程のみ議論しよう。

度数	半音数間隔: 音程名 (略号)			
1度	0: 完全1度 (P1)			1: 増1度 (aug1)
2度	0: 減2度 (dim2)	1: 短2度 (m2)	2: 長2度 (M2)	3: 増2度 (aug2)
3度	2: 減3度 (dim3)	3: 短3度 (m3)	4: 長3度 (M3)	5: 増3度 (aug3)
4度	4: 減4度 (dim4)	5: 完全4度 (P4)		6: 増4度 (aug4)
5度	6: 減5度 (dim5)	7: 完全5度 (P5)		8: 増5度 (aug5)
6度	7: 減6度 (dim6)	8: 短6度 (m6)	9: 長6度 (M6)	10: 増6度 (aug6)
7度	9: 減7度 (dim7)	10: 短7度 (m7)	11: 長7度 (M7)	12: 増7度 (aug7)
8度	11: 減8度 (dim8)	12: 完全8度 (P8)		13: 増8度 (aug8)

図 4.1 音程名
重減、重増はこの表のさらに左右に配置される

音名	do	re	mi	fa	sol	la	si
do	P1	M2	M3	P4	P5	M6	M7
re	m7	P1	M2	m3	P4	P5	M6
mi	m6	m7	P1	m2	m3	P4	P5
fa	P5	M6	M7	P1	M2	M3	aug4
sol	P4	P5	M6	m7	P1	M2	M3
la	m3	P4	P5	m6	m7	P1	M2
si	m2	m3	P4	dim5	m6	m7	P1

図 4.2 長音階の幹音間の音程 (左下非対角要素は行の音名を 1oct 下げた時の音程)

次は整数 3 を含む音程である。まず 2:3 があるが、これは低い方を do とすると、高い方が sol の関係となる。do-sol は 5 度の関係にあるため完全 5 度 (半音数 7) という。もう一つ、3:4 があるが、これは do-fa の関係となり、完全 4 度 (半音数 5) という。1oct 以内で 3 を一つ、複数の 2 だけで構成される比はこれだけである。音程の中で「完全」という修飾子の付くものはこの 4 種類だけである。なお、平均律音階の音程では、1:1 と 1:2 以外の do:sol や do:fa の比には無理数が入ってくるが、そのずれは整数比のものに比べ僅か 2cent しかずれないため、同じ名称が使われる。

その他の名称については図 4.2 に示す長音階の幹音 (natural note) 間の音程を見てもらう方がよいであろう。これは、まず前述のように二音の間の幹音の数で数字を記載し、続いて半音の数が同じものに同じ名称が付くように修飾子を付けたものである。ただし、表の左下非対角要素は行の音よりも列の音の方が低くなるため、行の音を 1oct 下げた時の音程を示している。対角要素がすべて完全 1 度 (P1) となるのは説明を要しないであろう。また、この表では 1oct を越える音程はないため、完全 8 度 (P8) は出現しない。

do-fa、do-sol はそれぞれ半音数 5 の完全 4 度 (P4)、半音数 7 の完全 5 度 (P5) となるが、これらと同じ半音数となる音程にはすべて同じ音程名が記載されている。例外は fa-si の aug4、および si-fa の dim5 であるが、これらはいずれも半音数 6 であり、P4 より 1 多いか P5 より 1 少いため別の「増」、「減」の修飾子が付けられている。

残る 2、3、6、7 度であるが、半音数を数えてみると、それぞれ二種類ずつ存在する。半音数の多い方に「長」、少ない方に「短」の修飾子が付けられている。具体的には半音数がそれぞれ 2、4、9、11 の場合が「長」、1、3、8、10 の場合が「短」となる。それだけの規則である。

表を見ると、まず対角線を挟んで対になる音程の名称に規則性が見られる。do-re の M2 と re-do の m7 の関係である。後者の場合には、前者を 1 oct 下げて考えて欲しい。まず、度数は総和が 9 になっている。また、M には m、m には M、P には P、aug には dim が対応する。この上下を引っくり返した関係の音程を**転回音程** (inversion interval) という。この関係を知っていると、2、3 度の音程名だけ知っていれば、7、6 度の音程名は転回することで予想できるようになる。

また表で mi と fa の間に線が入っているのは、ここだけ幹音間の半音数が 1 だからである。したがって、この線を境に 4 分された各領域ごとに一定の規則性が発見できる。各領域ごとに対角線または対角線付近に P1、P4、P5 といった「完全」音程が見られる。それより右上は概ね「長」であり、左下は「短」である。例外は右下のブロックの増 4 度および減 5 度である。

派生音が入ると、ここの示した基準形の半音数を越えるものが出現するが、その場合には「増」、「減」、「重増」、「重減」で対応することになる。

第5章

ピタゴラス音階

前章に示した平均律音階は比較的新しい音階である。歴史的には14世紀ごろまで、まず本章で述べるピタゴラス音階があった。続いて、次章で述べる純正調音階が発達した。ピタゴラス音階のキーワードは整数3（あるいは完全5度）で1あるが、これは本章を読めば自然と明かになろう。

5.1 協和音程

調和する和音の音程として、まず**絶対協和音程**（absolute consonant interval）と呼ばれるものがある。これは片方の 2^n 倍の周波数の音と組み合わせるものである。もっとも簡単な絶対協和音程は完全1度（P1）と呼ばれる同音の0cent音程である。二つの音の音色は異なってもよい。この場合、合成音の高調波の周波数はすべて一致するので、あたかも第三の音色を持つ新しい音に聞こえるのはずである。

次の絶対協和音程は整数比は2倍の音程の1oct（=1200cent）違いの完全8度（P8）である。この場合、二つ目の音の基音や倍音はすべて低い方の音の2、4、...倍音に重なるので、あたかも音色の異なる一つの音に聞こえるのである。絶対協和音程とはこれらオクターブの整数倍の関係にある音程すべてを言う。

絶対協和音程の関係にある音をいくら組合せても、オクターブごとに離れた音階しか作れない。そこでピタゴラスが着目したのが、**完全協和音程**（perfect consonant interval）と呼ばれるものである。比率に新たに3を導入し、音の組合せとして $2^m 3^n$ 倍を考える。このうち、もっとも簡単な3倍は、オクターブ以上離れているために、オクターブ内に近付けると、 $3/2$ 倍になる。このとき、共通基本波周波数は1に相当する高さ、つまり低い方の音の周波数の $1/2$ になる。それでも、当然、十分高い周波数であるため、調和した和音となる。これを**完全5度**（perfect fifth, P5）（P5）の音程と呼ぶ。また、高い方の音を1オクターブ下げると $4/3$ 倍になるが、この**転回音程**（inversion interval）も**完全4度**（perfect fourth, P4）（P4）と呼ばれる調和のとれた和音となる。これらを完全協和音程

という。

5.2 ピタゴラス音階

P5 の音程は $1200 \log_2(3/2) = 701.955 \approx 702$ cent であり、平均律音階でいうと C と G、あるいは do と sol の間隔 700 cent に極めて近い。もちろん、平均律の方が後から定められたので、平均律では 702 cent に近い切りのよい 700 cent を採用したという方が正しい。現在、完全 5 度という用語は 702 cent だけでなく、5 度の音程で、四捨五入して 700 cent 付近になるあらゆる音程に用いられるので、 $3/2$ の比に対応する 702 cent に対しては、本書では特に「純正 P5」と呼ぼう。P4 の音程は $1200 \log_2(4/3) = 498$ cent であり、702 cent と加えて、1200 cent となる。この場合にも単なる完全 4 度に対し「純正 P4」が存在することになる。

ピタゴラス音階 (Pythagorean scale) とは、この純正 P5 の音程を一種の**移調** (transposition) することにより作成された音階である。音階は、元々合唱における和音から作られたと思われる。特に教会など、反響の大きいところでは、調和のよい和音というのがあることに気付いた人が、調和のよい音の組み合わせを拾い出し、それを集めて音階としたと考えられる。

D を基準に $3/2$ (702 cent) ずつの間隔で上下に音を作っていこう。D に深い意味はないが、単に黒鍵の配置の対称点 (もう一箇所は $G^\sharp \doteq A_b$) というだけである。実際、どの音を基準に作業しても議論の本質は変わらない。

図 5.1 に示すように、D の $3/2$ 倍 (702 cent 上) の音を作る。さらにその $3/2$ 倍の音を作る。次に、D の $2/3$ 倍 (702 cent 下) の音を作る。同様の作業を、上下に続けていくと、無限個の音が作られる。図には上下 6 回の作業結果のみ示した。これで計 13 音が生成される。

中央付近の 7 音は幹音とする。この作業まででは音名は決まらないが、次の作業で 1 oct 内へ展開すると、決定することができる。また、この作業をさらに上下に続けることにより、すべての幹音のシャープとフラットも定義できるが、省略する。

平均律音階の P5 を 12 回積み重ねると、7 oct の 8400 cent (=700×12) になるはずであるが、ピタゴラス音階では純正 P5 である 702 cent を積み重ねるため、8424 cent となり、24 cent 超過となる。小数まで計算すると 23.46 cent ($(3/2)^{12}/2^7 = 3^{12}/2^{19}$ 倍) 超過となる。この 23 cent を**ピタゴラスコンマ** (Pythagorean comma) PC という。音階を作るためには、以下に述べるように、こうして作成された音を一つのオクターブ以内に移動する必要があるが、そうすると例えば上図左端の A^b と右端の G^\sharp はほぼ重なり、1 PC だけずれることになる。この 1 PC のずれは後に詳細を述べるように**ウルフ音** (wolf note) と呼ばれる不愉快な唸りを生成する。

一般に、純正 P5 を積み重ねていても、隣接あるいは近傍の音同士は協和するが、何回

音名	A^b_4	E^b_3	B^b_3	F_2	C_2	G_1
比 $(\frac{3}{2})^n$	$(\frac{3}{2})^{-6}$	$(\frac{3}{2})^{-5}$	$(\frac{3}{2})^{-4}$	$(\frac{3}{2})^{-3}$	$(\frac{3}{2})^{-2}$	$(\frac{3}{2})^{-1}$
cent (702n)	-4212	-3510	-2808	-2106	-1404	-702
cent (mod 1200)	588	90	792	294	996	498
cent (平均律との差)	-12	-10	-8	-6	-4	-2

D	A	E^1	B^1	$F^{\#2}$	$C^{\#2}$	$G^{\#3}$
1	$\frac{3}{2}$	$(\frac{3}{2})^2$	$(\frac{3}{2})^3$	$(\frac{3}{2})^4$	$(\frac{3}{2})^5$	$(\frac{3}{2})^6$
0	702	1404	2106	2808	3510	4212
0	702	204	906	408	1110	612
0	+2	+4	+6	+8	+10	+12

図 5.1 純正 P5 による音の生成 (音名は図 5.4 のものを対応させている)

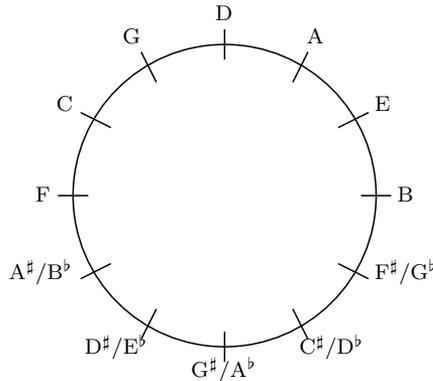


図 5.2 五度圏 (音名が二つずつ記載されているのはすべて異名同音)

も積み重ねてくると徐々に不協和になってくる。その典型が 12 段積み重ねた結果のウルフ音である。こうした不協和音の生じることをいかに解消するかが、これから説明する多くの音階が生成された最大の理由であろう。

このへんの事情を図形的に理解するために、音を円形に配置した**五度圏** (circle of fifth) と呼ばれるものを利用するのが便利である。一般には図 5.2 に示すように、円を 12 等分した位置に点を置き、そこに時計周りで完全 5 度 P5 ずつ跳ばした音名を順に記入したものである。このため五度圏と呼ばれるのであるが、以後に示す他の音階の議論や、さらに和音の議論でもしばしば用いられる。通常は、12 音で表現できる音階に用いられ、鍵盤楽器の白鍵 (幹音) が半円強を占め、黒鍵 (派生音) が残る半円弱に置かれる。本書では多くの場合、この図に示すように、12 時の方向に D を置くが、C を置く図も用いられるが、60 度回転しているだけで本質的差はない。多少定量的に扱いたいときには、円周

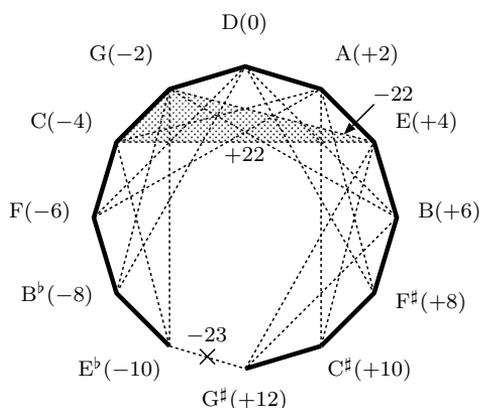


図 5.3 ピタゴラス音階の五度圏 (円周と目盛線は目障りなため、本図以後、適宜省略する。括弧内は $700n$ cent からのずれ、太線は 702 cent の純正 P5、細破線は純正 P5 より 1 PC 短い $702-23=679$ cent のウルフ 5 度)

を $700 \times 12 = 8400$ cent = 7 oct とするとよいであろう。

同じように、円を 12 等分し、そこに時計周りで完全 5 度の転回音程である完全 4 度 P4 ずつ音を並べた**四度圏** (circle of fourth) も定義できる。同様に、定量的な議論をする場合には $500 \times 12 = 6000$ cent = 5 oct を円周とするとよい。その場合は、円のサイズがやや小さくなる以外に、音名の並びが五度圏とちょうど逆になるが、五度圏を使った議論と同じであるので、本書では一貫して五度圏を用いることとする。

ピタゴラス音階を理解するために、 $700 \times 12 = 8400$ cent = 7 oct の円周を有する五度圏を利用する。そこに図 5.1 の「cent ($702n$)」に記載された位置に点を置く。純正な P5 である 702 cent は 8400 cent の円周を 12 等分した 700 cent とは 2 cent 異なるため、その位置は円周の 12 等分の位置とは僅かにずれる。しかし、図示できるほど大きなずれではないため、括弧内に入れた数字で補足する。

なお、円周と各音の位置に付けた目盛線は図の邪魔になるため、この図以後、適宜省略することとした。

さらに、今後音程の純正さを線種で示す。P5 は 702 cent ($3/2$)、M3 は 386 cent ($5/4$)、m3 は 316 cent ($6/5$) を純正とし、それからの上下のずれに対し、以下の線種を用いる。M3、m3 については、純正調音階の章を参照してほしい。

- 太実線: 0
- 太破線: それ以上 ± 5 cent 以内
- 太点線: それ以上 ± 10 cent 以内
- 実線: それ以上 ± 15 cent 以内
- 破線: それ以上 ± 20 cent 以内

- 点線: それ以上のずれ

円環の各辺はほぼ太い実線で描かれているが、これはこの二点間が純正の P5 である 702 cent であることを示している。700 cent からのずれは僅かではあるが、端から端ではかなりの量となり、図 5.1 左端の A^b は右端の G^\sharp は 24 cent、小数まで考えると 1 SC (=23 cent) オーバラップする。図を見易くするために図 5.3 では、 A^b は省略してある。このため、 $G^\sharp-E^b$ は**ウルフ 5 度** (wolf fifth) と呼ばれる $702-23=679$ cent となる。純正から 23 cent もずれているため、細破線で示してある。本来ピタゴラス音階は同じ構造が少しずつずれながら何重にも続くものであるから、このウルフ五度は、それを一つの五度圏内だけ記載するためのいわばブレイクである。それゆえ、図中 \times を記載させた。

4 個の P5 をまたいで繋ぐ直線は、ほぼ長 3 度 (厳密には +2 oct) の音程である。また、3 個の P5 をまたいで繋ぐ直線は短 3 度 (厳密には +2 oct) の音程である。図で分るように、すべての幹音間を結ぶ長 3 度や短 3 度は、純正の M3 や m3 に対し、 $M3+22$ cent、 $m3-22$ cent と 22 cent もずれている。つまり、ピタゴラス音階は完全 5 度は純正の P5 で綺麗であるが、長 3 度や短 3 度から構成される三和音は濁ることがわかる。なお、ブレイクを跨ぐ長短 3 度の記載は省略した。

図 5.1 に示した音を同じオクターブ内に詰め込もう。それには各「cent (700n)」を 1200 cent で割ったときの剰余を求めればよい。それを同表の「cent (mod 1200)」に示す。それを小さい順に並べたものを図 5.4 に示す。

幹音と派生音 (b と \sharp がある) は区別して転記し、幹音には左から順に「A、B、C、D、E、F、G」を付ける (実はここで音名が決まる)。また、派生音には b と \sharp を意識して、対応する幹音の音名を付ける。図 5.1 の音名は、図 5.4 の音名を戻したものである。これが**ピタゴラス音階** (Pythagorean scale) と呼ばれるものである。さらに、「A」および「C」基準にしたものも、同図に示す。

平均律音階とは比較的近い音となっはいるが、図 5.4 の幹音だけを抜き出し、隣同士の比をとってみると、図 5.5 に示すように、 $9/8$ (204 cent) と $256/243$ (90 cent) の二種類の間隔がある。平均律 200 cent に比べ、204 cent はやや長い**長全音** (long whole tone)、90 cent は前出の**短半音** (short half tone) (SH) である。一方、長全音はこの二つの半音の和になっている ($LW=LH+SH$)。

5.3 ピタゴラス音階の和音

A^b と G^\sharp は平均律では同じ鍵になる同音異名であることから、これらを円上に記載すると、ほぼ同じ場所に描かれる。厳密には、 A^b は五度圏の真下の位置よりやや右側になり、 G^\sharp はやや左側になるため、702 cent の太線を A^b にまで引くと、この環の両端はややオーバラップすることになる。「A」を A_4 の 440Hz とした場合、 A^b と F^\sharp の二つ音の

音名	A ^b	A	B ^b	B	C	C [#]
比 (基準 D)	2 ⁹ /3 ⁶	3/4	64/81	27/32	8/9	3 ⁵ /2 ⁸
cent (基準 D)	588	702	792	906	996	1110
平均律との cent 差	-12	2	-8	6	-4	10
比 (基準 A)	2 ¹¹ /3 ⁷	1	2 ⁸ /3 ⁵	9/8	32/27	81/64
cent (基準 A)	1086	0	90	204	294	408
平均律との cent 差	-14	0	-10	4	-6	8
比 (基準 C)	64/81	27/32	8/9	3 ⁵ /2 ⁸	1	3 ⁷ /2 ¹¹
cent (基準 C)	792	906	996	1110	0	114
平均律との cent 差	-8	6	-4	10	0	14

D	E ^b	E	F	F [#]	G	G [#]
1	2 ⁸ /3 ⁵	9/8	32/27	81/64	4/3	3 ⁶ /2 ⁹
0	90	204	294	408	498	612
0	-10	4	-6	8	-2	12
4/3	2 ¹⁰ /3 ⁶	3/2	2 ⁷ /81	27/16	16/9	3 ⁵ /2 ⁷
498	588	702	792	906	996	1110
-2	-12	2	-8	6	-4	10
9/8	32/27	81/64	4/3	3 ⁶ /2 ⁹	3/2	3 ⁸ /2 ¹²
204	294	408	498	612	702	816
4	-6	8	-2	12	2	16

図 5.4 ピタゴラス音階 (基準 D、かつ A^b から C[#] は D の下に配置)

音名	D/C	E/D	F/E	G/F	A/G	B/A	C ¹ /B
隣接比	9/8	9/8	256/243	9/8	9/8	9/8	256/243
cent 差	204	204	90	204	204	204	90
差の種類	LW	LW	SH	LW	LW	LW	SH

図 5.5 ピタゴラス音階の幹音の構成 (LW、SH は長全音、短半音)

共通基本波周波数は $440/2^8 \cdot 3^7$ と 1 Hz を遙かに切る超低音であり、また周波数差も 1 PC=23 cent と、数 cent 以上 80 cent 以下なので唸りも聞こえてくる、正に二つの調和基準のどちらも満足しない不愉快なウルフ音 (wolf note) を生成する。

これら二音は平均律音階では異名同音であるため、ここでは A^b を間引くと、皺寄せは E^b と G[#] の間に現われるが、その間の距離は 679 cent (= 8400 - 702 × 11 = 702 - 23) となり、完全 5 度より 1 PC 少なくなる。この関係はウルフ 5 度 (wolf fifth) と呼ばれ

		C	D	E	F	G	A	B	C ¹
		16/27	2/3	3/4	64/81	8/9	1	9/8	32/27
C	16/27	16/27	2/27	1/108	16/81	8/27	1/27	1/216	16/27
D	2/3	-	2/3	1/12	2/81	2/9	1/3	1/24	2/27
E	3/4	-	-	3/4	1/324	1/36	1/4	3/8	1/108
F	64/81	-	-	-	64/81	8/81	1/81	1/648	32/81
G	8/9	-	-	-	-	8/9	1/9	1/72	8/27
A	1	-	-	-	-	-	1	1/8	1/27
B	9/8	-	-	-	-	-	-	9/8	1/216
C ¹	32/27	-	-	-	-	-	-	-	32/27

図 5.6 ピタゴラス音階の最大公約数 (A 基準)

るが、実際に聞いてみると、正弦波の二音間では唸りは感じられない。ただし、倍音の多い音の間では低い音の 3 倍波と高い音の 2 倍波の間がウルフ音になる。

ピタゴラス音階は、P1、P8、P5、P4 の音程に対しては調和するが、その他の音程に対しては必ずしもうまく調和しない。図 5.6 に二音間の共通基本波周波数を A (=440 Hz) を 1 として示す。求め方がやや難解かも知れないが、例えば C (16/27) と D (2/3) の場合は、通分して 16/27 と 18/27 とし、これから双方に共通な 2/27 を取り出している。つまり、分母としては二つの分母の最小公倍数を採用し、分子としては二つの分子の最大公約数を採用している。

A の周波数は 440 Hz であるので、例えば 20 Hz 以下の最大公約周波数は不快に感じるものとして、この図で 20/440=1/22 以下の数値となるところは不快に感じるということになる。こうした音程は四角で囲ったが、(F, B) を最悪 (1/2³3⁴=1/648)、(D, B) を最善 (1/2³ 3=1/24) としてとして、転回音程を外しても 12 組も不協和音が存在している。また、対角線から二つずれたところは長 3 度または短 3 度の音程で、現在は協和するように再定義されているが、ピタゴラス音階ではほとんどが不協和音となっている。なお、長 3 度は純正の M3+22 cent で、かなり広い。一方短 3 度は純正の m3-22 cent は、かなり狭い。ピタゴラス音階はこうした多くの不協和音を有するため、次に述べる純正調音階やその他の音階にとって変られてしまったが、先に述べる調の章で再び顔を出す。

5.4 転調可能性

曲を別の調に移動する**移調** (transposition)、あるいは曲の間で調を変える**転調** (modulation) の概念については、純正調音階のところで改めて詳細を述べるが、ここではピタゴラス音階における調の変更についてだけ述べておこう。

現調で幹音のみを使っているとしよう。例えばハ長調で図 5.3 の上半分に並ぶ 7 個の幹音を使ったとしよう。5 度高いト長調へ移動すると、使う幹音は図の一つずつ右になり、新たに F^\sharp を必要とする。もし、鍵盤楽器の白鍵だけを使っていたとすると、黒鍵一つを追加する必要がある。結局右 3 回、もしくは左 2 回までの移/転調に対しては、鍵盤楽器の 5 つの黒鍵だけで対応できることになる。もちろんそれ以上の移/転調を行う場合には、12 個の音だけでは不足となるが、次章で紹介する純正調音階に比べれば、比較的、移/転調に強い音階と言える。

第6章

純正調音階

15世紀ごろ、ピタゴラス音階よりさらに調和性の高いものとして、純正調音階が発達した。この仕組みを知ると、何故、シャープとフラットの二つの記号があるのか、何故、ハ長調に概念的に近いのは、ト長調やヘ長調なのかなどの理由が見えてくる。ピタゴラス音階のポイントである整数3に対し、純正調音階のポイントは整数5（あるいは三和音）である。

6.1 不完全協和音程

ピタゴラス音階では3という整数を導入することにより、P5、P4の和音を作成することに成功した。しかし、多くの不協和音も存在する。例えば、CとEを組み合わせた長3度(M3)の和音もウルフ音になってしまう。そこで、次の素数である5という整数を導入してみよう。5倍を同じオクターブへ押し込めると5/4倍となるが、5/4は $386.31 \approx 386$ centであり、400 centに比較的近い。

そこで、「¹C」(左上の1については後述)の5/4倍によって、新しい「E」を作り出して、どうなるかを検討してみよう。当然のことながら、この二つの音は周波数比が簡単であり、よく調和する。この長3度(major third, M3) (M3, 386 cent)の関係は**不完全協和音程**(imperfect consonant interval)と呼ばれる。不完全協和音程というと、一瞬、不協和音程のように勘違いしがちであるが、あくまでも協和音程であり、完全ほどではないという意味なので、注意したい。不完全協和音程にはこの他に長3度の転回音程である8/5倍の短6度(minor sixth, m6) (m6, 814 cent)、6/5倍の短3度(minor third, m3) (m3, 316 cent)、その転回音程である5/3倍の長6度(major sixth, M6) (M6, 884 cent)がある。一般に、純正でないものも含む場合には完全5度、長3度、短3度などと日本語表記する。また特に純正のものを指す場合には純正長短3度などと、「純正」という形容詞を付けて呼ぶものとする。また、P5、M3、m3などはいずれも純正な音程を示すこととする。つまりそれぞれ702 cent, 386 cent, 316 centの音程の省略形である。

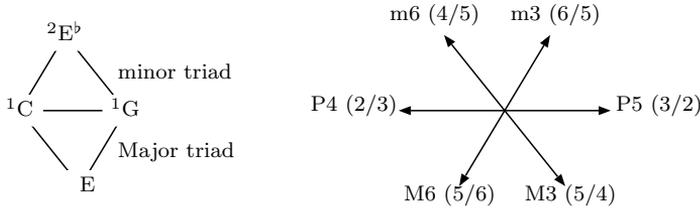


図 6.1 三和音

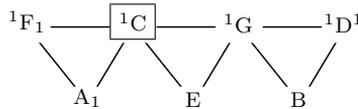


図 6.2 長三和音による長音階の構築 (主音 1C)

次に ${}^1C : E : {}^1G$ の三和音 (triad, three note chord) を考えると、 $1 : 5/4 : 3/2$ (または $4 : 5 : 6$) という簡単な比となる。これはいわゆる「ドミソ」の和音に対応する。「 1C 」と「 E 」の音程は前述のように純正長3度 (M3) であり、「 E 」と「 1G 」の音程は316 centの純正短3度 (m3) となっている。この $1 : 5/4 : 3/2$ の三和音は長三和音 (major triad) といい、長調の曲でもっともよく使われ、M3 の上に m3 を積んだ構造となっている。なお、短調でよく使われる三和音である短三和音 (minor triad) は、逆に m3 の上に M3 を積んだ構造を持ち、 $1 : 6/5 : 3/2$ の比で構成される。A : 1C : E, または ${}^1C : E^\flat : {}^1G$ の和音となるが、これらの詳細については後述する。

さて、「 E 」をピタゴラス音階の「 E 」と同じものであるとしてみると、「 C 」や「 G 」はピタゴラス音階のそれらより $81/80$ ($21.51 \approx 22$ cent) 高い (具体的な計算は後述)。この差はしばしば出現するため、特にシントニックコンマ (syntonic comma) (SC) と呼ばれる。本章で定義された「 1C 」や「 1G 」の左上の1はピタゴラス音階の音より1SC高いことを示している (本書限り)。また、何故「 C 」を基準にせず、「 E 」を合せたのかは、今後明かになろう (実は「 A_1 」をピタゴラス音階の「 A 」の1oct下に合せている)。

これらの関係を図 6.1 に示す。長三和音は倒立の三角形で表わす。三角形の辺で右方向に向うと P5, 左方向はその転回音程の P4, 右下方向は M3, 左上方向はその転回音程の m6, 右上方向は m3, 左下方向は M6 の関係の音が配置されることを示している。「 1C 」や「 1G 」が「 E 」に比べ1SCだけ高く定義されていることを示すために、一段高い位置に配置している。短三和音は正置の三角形で表わす。その頂点の音名が「 ${}^2E^\flat$ 」である理由は後にわかってくるが、ピタゴラス音階の「 E 」より1SC ($81/80$) だけ高いため、さらに一段高い位置に配置される。

この「長三和音」を基礎となる主三和音 (tonic triad) として音階を作ってみよう。図 6.2 に示すように、「 1G 」を基準に長三和音の倒立三角形を作ると、右にオクターブ

音名	¹ C	¹ D	E	¹ F	¹ G	A	B	¹ C ¹
比 (基準 A)	3/5	27/40	3/4	4/5	9/10	1	9/8	6/5
cent (基準 A)	-884	-680	-498	-386	-182	0	204	316
平均律との cent 差	16	20	2	14	18	0	4	16
ピタ...律との cent 差	22	22	0	22	22	0	0	22
比 (基準 ¹ C)	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
cent (基準 ¹ C)	0	204	386	498	702	884	1088	1200
平均律との cent 差	0	4	-14	-2	2	-16	-12	0
ピタ...律との cent 差	0	0	-22	0	0	-22	-22	0

図 6.3 純正調長音階 (主音 ¹C)

上の「¹D¹」と下頂点に「B」ができる。「¹D¹」はピタゴラス音階の「D」の 1SC 上の音となる。この ¹G : B : ¹D¹ の和音を ¹C : ¹E : ¹G の和音に対し、**属三和音** (dominant triad) と言う。いわゆる「ソシレ」の長三和音である。

逆に「¹C」を最高音とするような長三和音の倒立三角形を作ると、左にオクターブ下の「¹G₁」と下頂点に「A₁」ができる。「¹G₁」はピタゴラス音階のオクターブ下「G₁」の 1SC 上の音となる。この ¹F₁ : A₁ : ¹C の和音を ¹C : E : ¹G の和音に対し、**下屬三和音** (sub-dominant triad) と言う。いわゆる「ファラド」の長三和音である。

ここまで来ると、何故「¹C」としたのかわかろう。これは、A を絶対音 A4 (440Hz) とする際、都合がよいからである。その場合、A₁, E, B はピタゴラス音階の音と同じになり、残る F₁, C, G, D¹ が 1SC 上の ¹F₁, ¹C, ¹G, ¹D¹ となる。

6.2 純正調音階 (長音階)

図 6.2 のすべての音を、基本オクターブ内に落としたものが、図 6.3 に示す「¹C」を主音とする**純正調音階** (just intonation scale) である。**純正律音階** (just temperament scale) とも言われるが、律 (temperament) とは、音の高さを単純な比率で与えられるものからずらして調整することを意味するため、意識して使わないようにした。幹音だけから構成されているが、派生音については後述する。平均律と比較すると、0 から 20 cent ずれている。これが純正調音階の**長音階** (major scale) と呼ばれるものである。

純正調音階ハ長調の五度圏を図 6.4 に示す。幹音だけということ、上半分しか定義されていない。純正の長三和音の一つ C-E-G を図中ハッチを付けて示している。これと合同な計 3 個の三角形で幹音が構成されていることが目視できる。さらに、一箇所の例外を除いてすべての音が太実線で接続されているのは見事である。

しかし、3 個構成すると、必ず純正 P5 より 1SC 短い区間ができてしまいウルフ音とな

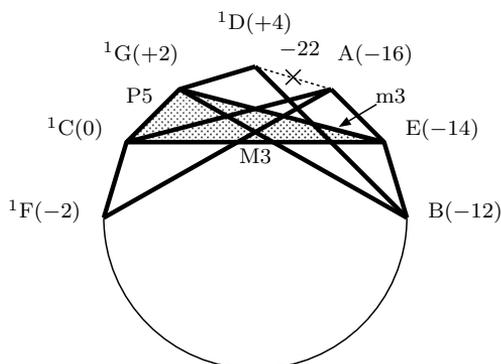


図 6.4 純正調音階ハ長調の五度圏（括弧内は $700n$ cent からのずれ，太線はいずれも純正の音程で，実線は 702cent の純正 P5，386cent の純正 M3，316cent の純正 m3，また細破線は純正 P5 より 1 SC 短い $702-22=680$ cent のウルフ 5 度）

音名	$^1D/^1C$	$E/^1D$	$^1F/E$	$^1G/^1F$	$A/^1G$	B/A	$^1C^1/B$
隣接比	9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15
cent 差	204	182	112	204	182	204	112
差の種類	LW	SW	LH	LW	SW	LW	LH

図 6.5 純正調長音階の間隔（LW，SW，LH は長全音，短全音，長半音）

る。この図から直ぐわかるように， ^1D-A の間が明かにウルフ音になる。したがって，移調や転調をしようと思って，例えば 1G を基音とするト長調を作ろうとして，もう一つ三角形を追加しようとする，ハ長調の A とは異なる A が必要となる。これが純正調音階の最大の問題である。 A に同名異音ができないように，この図では ^1D-A にブレイクを入れた。

ここで隣同士の間隔をとってみると，図 6.5 に示すように，長全音 (long whole tone) LW (ピタゴラス音階の全音 LW と同じ= $LH+SH$) $9/8$ (204cent)，短全音 (short whole tone) SW ($=SH'+SH$) $10/9$ (182cent)，長半音 (long half tone) LH $16/15$ (112cent) の三種類の間隔がある。また上記の関係から短半音 (short half tone) $SH=LW-LH=(9/8)/(16/15)=135/128$ (92cent) となる。また， $SH'=SW-SH=(10/9)/(135/128)=256/243$ (90cent) となるが，これはほぼ SH であるので，しばしば， $SW=SH+SH'$ と記載される。なお， $LW-SW=1$ SC $81/80$ (21cent) である。また $LH-SH'=1$ SC $81/80$ (21cent) も成立する。

上記では $LW=LH+SH$ ， $SW=SH+SH'$ としたが， $LW=LH+SH$ ， $SW=LH+sH$ とする全音 + 半音の体系もありうる。すると $sH=SW-LH=(10/9)/(16/15)=25/24$ (70cent) となるが，この値は後述の 12 音音階で重要な役割を演ずる。ここでは $SH-sH=1$ SC

音名		¹ C	¹ D	E	¹ F	¹ G	A	B
	比	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8
¹ C	1	P1(1)	M2(9/8)	M3(5/4)	P4(4/3)	P5(3/2)	M6(5/3)	M7(15/8)
¹ D	9/8	m7(16/9)	P1(1)	M2(10/9)	m3(32/27)	P4(4/3)	P5(40/27)	M6(5/3)
E	5/4	m6(8/5)	m7(9/5)	P1(1)	m2(16/15)	m3(6/5)	P4(4/3)	P5(3/2)
¹ F	4/3	P5(3/2)	M6(27/16)	M7(15/8)	P1(1)	M2(9/8)	M3(5/4)	aug4(45/32)
¹ G	3/2	P4(4/3)	P5(3/2)	M6(5/3)	m7(16/9)	P1(1)	M2(10/9)	M3(5/4)
A	5/3	m3(6/5)	P4(27/20)	P5(3/2)	m6(8/5)	m7(9/5)	P1(1)	M2(9/8)
B	15/8	m2(16/15)	m3(6/5)	P4(4/3)	dim5(64/45)	m6(8/5)	m7(16/9)	P1(1)

図 6.6 純正調長音階の音程

音名		¹ C	¹ D	E	¹ F	¹ G	A	B	¹ C ¹
	比	3/5	27/40	3/4	4/5	9/10	1	9/8	6/5
¹ C	3/5	3/5	3/40	3/20	1/5	3/10	1/5	3/40	3/5
¹ D	27/40	-	27/40	3/40	1/40	9/40	1/40	9/40	3/40
E	3/4	-	-	3/4	1/20	3/20	1/4	3/8	3/20
¹ F	4/5	-	-	-	4/5	1/10	1/5	1/40	2/5
¹ G	9/10	-	-	-	-	9/10	1/10	9/40	3/10
A	1	-	-	-	-	-	1	1/8	1/5
B	9/8	-	-	-	-	-	-	9/8	3/40
¹ C ¹	6/5	-	-	-	-	-	-	-	6/5

図 6.7 純正調長音階の最大公約数（「A」を 1 としている。四角は不協和音）

81/80 (21 cent) が成立する。

純正調音階は音程がなるべく整数比になるように工夫して作られた。このため、どの音間の音程もかなりよいはずである。図 6.6 にすべての幹音間の音程を示した。まず、P1 は言うまでもないが、P5 で ¹D-A が例外的によくはない。これは図 6.4 からも見られるようにやむを得ない結果である。当然その転回音程である A₁-¹D の P4 もよくない。さらに、¹F-B と転回音程である aug4 と dim5 も悪いが、これらは元々良くない音程である。

M2 には 9/8 と 10/9 に二つがあるが、これらは前述の LW と SW である。m2 は一種類である。M3 は一種類であるが、m3 は二種類ある。特に ¹D-¹F の m3 は悪い。7, 6 度の音程はこれらの転回音程であるので、ほぼ同じことが言える。

したがって、¹D-A, ¹F-B, ¹D-¹F およびこれらの転回音程だけに問題を感じる。これらが何故よくないかは、図 6.4 を見てみれば直ちにわかる。元々犠牲にしたか、もしくは協和性を考慮していない音間のものばかりである。

同様なことを、共通基本波周波数によって調べてみよう。図 6.3 より、各和音の最大公約数を求めた結果を図 6.7 に示す。A の周波数は 440Hz であるので、例えば 20Hz 以下

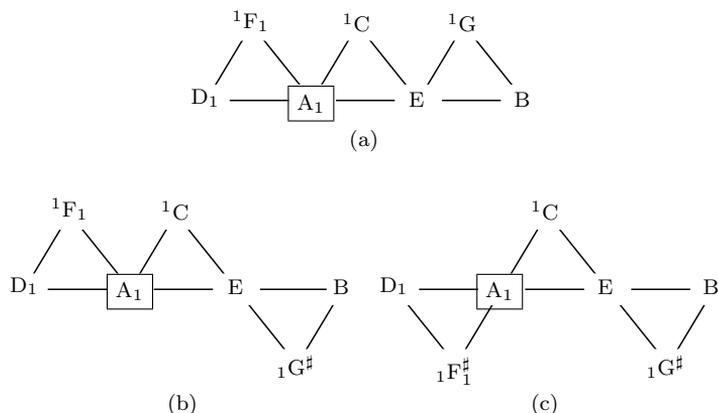


図 6.8 純正調短音階の構成（主音「A₁」）：(a) 自然短音階（破線は長音階），(b) 和声的短音階，(c) 旋律的短音階（上行）

音名	A	B	¹ C ¹	D ¹	E ¹	¹ F ¹	¹ G ¹	A ¹
比	1	9/8	6/5	4/3	3/2	8/5	9/5	2
cent	0	204	316	498	702	814	1018	1200
平均律との差	0	4	16	-2	2	14	18	0
ピタ...律との cent 差	0	0	22	0	0	22	22	0

図 6.9 純正調自然短音階（主音 A）

の最大公約周波数は不快に感じるものとして、この図で $20/440=1/22$ 以下の数値となるところは不快に感じるということになる。つまり、 ${}^1D-{}^1F$ 、 ${}^1D-A$ 、 ${}^1F-B$ の三つの組み合わせだけが、 $1/40$ で不協和音となっている。

現在、多くの楽器が平均律で調整されているため、濁った音が多く、澄んだ音を聞くチャンスは少い。しかし、声は簡単に調整できるため、合唱では純正調とすることが可能である。古い教会音楽などでは、純正調で歌われているので、味わっていただきたい。なお、音楽の進化にしたがって、単純さは排除され、複雑さが好まれるようになってきたため、平均律が批判されることはなくなっている。

6.3 純正調音階（短音階）

短音階（minor scale）も同じように短三和音や長三和音の組合せで実現できる。短音階のやっかいな点は、自然短音階（natural minor scale）、和声的短音階（harmonic minor scale）、旋律的短音階（melodic minor scale）の三種類があることである。それぞれ、図 6.8 のような和音で構成されている。

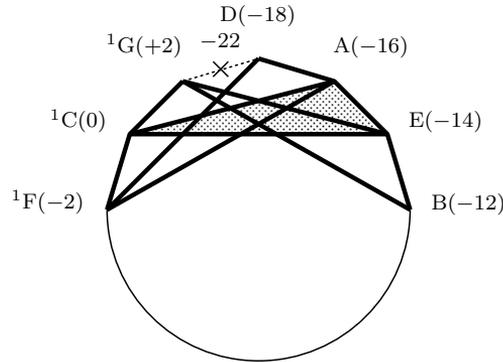


図 6.10 純正調自然短音階イ短調の五度圏（括弧内は $700n$ cent からのずれ、辺の数字は純正 P5 の 702cent からのずれ、太線はいずれも純正の音程で、実線は 702cent の完全 5 度、太破線は 386cent の純正 M3、太一点鎖線は 316cent の純正 m3、細破線は純正 P5 より 1SC 短い $702-22=680$ cent のウルフ 5 度）

自然短音階に着目してみよう。この純正調短音階を「A」を基音として記載してみると、図 6.9 のようになる。おおかたの音は、長音階で定義されたものと同じであるが、「D¹」だけが 1oct 上より 1SC 低い。つまり、ハ長調の平行調であるイ短調に移動するだけでも、新たな音である「D」が必要となるのである。

ちなみに、この短音階の「D¹」は「A」との相性がよく、「A」:「D¹」は $1:4/3$ という簡単な整数比になる。一方、長音階の「¹D」の場合は「A」:「¹D¹」は $5/3:2\times3^2/2^3=20:27$ と大きな整数の組合せとなり、調和性はよくない。

それならば長音階でも「D¹」を使ったらどうかということになろうが、その場合、 ${}^1G: B: D^1=3/2:15/8:20/9=106:135:160$ となって $4:5:6$ からかなりずれる。

この様子は、純正調音階イ短調の五度圏からもっと鮮明に理解できる。図 6.10 に示すように、ハッチを付けた短三和音の組み合わせで構成される。ほとんどハ長調の図と同じであるが、¹D が D になっており、¹G-D の間だけ、1SC 短いウルフ音のブレイクになっている。

自然短音階の音程の良し悪しについては、元々、五度圏図が左右対称であることから、長音階とほぼ同様な議論となる。余り良くない音程となるのは、D-¹G、D-B、¹F-B およびその転回音程となる。

和声的短音階は、18 世紀の古典派が生まれるころから重要視されたため、説明を追加しておく。図 6.11 に見られるように自然短音階の「¹G」の音が「₁G[#]」となっている。

また、和声的短音階の五度圏は図 6.12 に見られるように、3 個のグループに別れたかなり複雑な形となる。このため、良くない音程も急増する。

音名	A	B	¹ C ¹	D ¹	E ¹	¹ F ¹	¹ G ^{#1}	A ¹
比	1	9/8	6/5	4/3	3/2	8/5	15/8	2
cent	0	204	316	498	702	814	1088	1200
平均律との差	0	4	16	-2	2	14	-12	0
ピタ...律との cent 差	0	0	22	0	0	22	-22	0

図 6.11 純正調和声的短音階（主音 A）

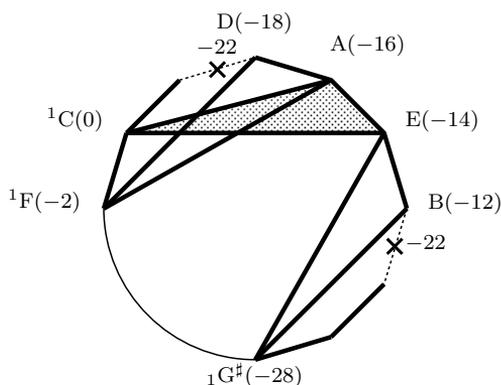


図 6.12 純正調和声的短音階イ短調の五度圏（括弧内は 700cent からのずれ、辺の数字は純正 P5 の 702cent からのずれ、太線はいずれも純正の音程で、実線は 702cent の完全 5 度、太破線は 386cent の純正 M3、太一点鎖線は 316cent の純正 m3、細破線は純正 P5 より 1SC 短い 702-22=680cent のウルフ 5 度）

6.4 合唱における音取り

幹音からのみなる合唱曲を純正調音階を使うと極めて美しいハーモニーが達成できる。まず、長調から考えよう。図 6.3 からわかるように、階音で言って、主要三和音の根音と第 5 音の関係は 702cent であり、平均律音階の 700cent に非常に近いため、ほんの少し気を付ければただちにハモる。つまり、長調であれば do, re, fa, sol については、ピアノから音を取り、僅かな調整をすればよい。まず、ピアノから do を出し、それに合せて音を出す。次にピアノから sol を出し、それに合せて音を出す。この二音はほぼハモるが、やや不愉快な場合には sol を少し変化させ、純音に近い音にする。以下、re, fa もほぼ同様である。

問題は第 3 音となる mi, la, si であり、長 3 度が 386cent と 1SC=22cent、つまり 1/5 から 1/4 半音も低いので、かなり意識して下げる必要がある。しかし、和音状態でこれらの音をとるのは比較的楽である。できたら反響のよい部屋や空間で練習するのがよ

い。mi を合せるには、まず do と sol をハモらせておき、三人目の人が、mi を最初は平均律の高さで小さめに出し、それを少しずつ下げていきハモらせる。この mi の下げ具合を覚えておく。la と si についても同様である。

短調については、長調の第3音であった mi, la, si に加え re が三和音の根音と第5音となるので、意識を変える必要がある。これらの音を基準に考えると、短三和音の第3音となる fa, do, sol を逆に上げ気味とする必要がある。ただし、和音的短音階の sol^\sharp や旋律的短音階の fa^\sharp と sol^\sharp は下げ気味とする。

6.5 12 音音階

今迄は C, D, ..., B の 7 音階を扱ってきたが、7 個の幹音に加え 5 個の派生音 (derived tone) を加えて、しかも新規の音も比較的よい整数比の周波数にした **12 音音階** (12 tone scale) にするにはどうしたらよいかを考察してみよう。

純正調音階を構成するための基礎は図 6.1 に示した長三和音三角形と短三和音三角形である。ここに E と ${}^2\text{E}^\flat$ の関係が示されている。つまり、E から見て、 $\text{m}3\text{-M}3$ ($\text{m}3+\text{m}6$ とも思ってもよい) と辿ると、 ${}^2\text{E}^\flat$ を作ることができる。

この図を少し周辺に広げた図を図 6.13 に示す。 ${}^1\text{C}$ のある行と ${}^1\text{A}$ のある行で、図 6.2 に示した長音階と図 6.8 に示した自然短音階の三角形群が表現されている (和声的短音階と旋律的短音階は、さらにその下の行の ${}^1\text{F}^\sharp$ と ${}^1\text{G}^\sharp$ を追加すれば表現できる)。

E と ${}^2\text{E}^\flat$ の関係は ${}^1\text{C}$ の右上下に見られる。同様に、 ${}^1\text{C}$ から $\text{M}3\text{-m}3$ ($\text{M}3+\text{m}6$ とも思ってもよい) と辿ると、図には出ていないが ${}^1\text{C}^\sharp$ を作ることができる。 $\text{M}3\text{-m}3$ は $(5/4) \times (5/6) = 25/24$ (70 cent) であり、半音上げる比である。逆にこの逆数が半音下げる比であることがわかる。

こうして、長音階を作った ${}^1\text{C}$ の上付き 1 の行と ${}^1\text{A}$ のある行を中心に、上下 1 行ずつを追加することにより、上付き 2 の行には \flat のついた派生音が、下付き 1 の行には \sharp のついた音が生成できる。

これら 16 個の音には 4 個の同音異名の音が含まれているが、比の形のよいものを採用

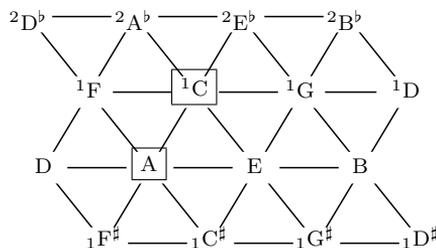


図 6.13 3 度音程を利用した純正調 12 音音階の構成

音名	¹ C	(² D ^b)	¹ D	(² E ^b)	E	¹ F	(² F [♯])	¹ G	(² A ^b)	A	(² B ^b)	B	¹ C ¹
音程	P1	m2	M2	m3	M3	P4	tt	P5	m6	M6	m7	M7	P8
比	1	16/15	9/8	6/5	5/4	4/3	45/32	3/2	8/5	5/3	9/5	15/8	2/1
cent	0	111	203	315	386	498	590	701	813	884	1017	1088	1200

図 6.14 純正調 12 音音階。

音名欄の括弧内は参照した図 6.13 の音。

tt には 7/5 (583 cent) または 10/7 (617 cent) を使うこともある。

すると、図 6.14 に示すようにすべての幹音および派生音が得られる。cent も 100 の整数倍の ±17 cent 以内であり、平均律音階との対応も良く、本書だけでなく、しばしば利用されている純正調 12 音音階である。

tt とは三全音 (tritone) の略で全音三つ分、つまり半音数 6 個の差であり、オクターブのちょうど半分に位置する。A4 または d5 と同じである。この 45/32 は必ずしも簡単な比ではないが、純正調音階の基本である 2, 3, 5 の簡単な組み合わせ比ではこれ以上良い比は実現できない。2, 3, 5, 7 を利用すれば、7/5 (583 cent) または 10/7 (617 cent) が実現できるが、いずれも ±17 cent である。

6.6 純正調における転調, 移調

主音 (tonic, keynote) の絶対的な周波数を決めることで構成した絶対的な音階を、調 (key) と呼ぶ。具体的には、主音の音名を与えることで、調は決まるが、習慣として長音階か短音階かの区別も付ける。

一番基本である調は、図 6.2 に示した主音を「¹C」にしたハ長調 (C major key) である。その結果を図 6.15 に示す。なお、本章ではオクターブの差は無視して議論する。絶対的な音名となったため、いずれも周波数がはっきり決まっている。この図では「A」が 440Hz と定義され、他はそれとの比で決定される。例えば「¹C」の周波数は $(3/5) \times 440 = 264\text{Hz}$ である。

主音をこの三角形の一つ右の「¹G」に移調 (transposition) した図 6.16 に示すト長調は、元の調と多くの音を共有するため、属調 (dominant key) と呼ばれる。これは元の調整と多くの音を共有しているため、近親調 (related key) と呼ばれる極めて近い調とな

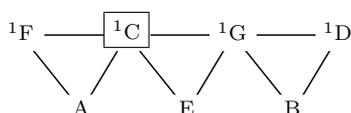


図 6.15 ハ長調の構成

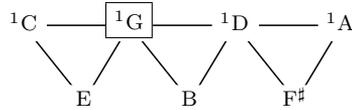


図 6.16 ト長調の構成

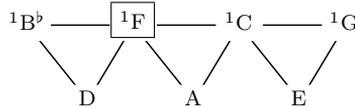


図 6.17 ヘ長調の構成

る。このため、ちょっと異なる気分を醸し出す際の技術として、よく用いられる。なお、こうした曲の途中で調を変える工夫を行うことを、**転調** (modulation) と呼ぶ。

主音を一つ左の「 1F 」に移調した図 6.17 に示すヘ長調も、元の調と多くの音を共有するため、**下屬調** (sub-dominant key) と呼ばれ、やはり**近親調** (related key) である。

こうして、近親調をどんどん作っていった場合の音名の関係を図 6.18 に示そう。これは大変便利な図である。

参考に「 1G 」を主音とした**ト長調** (G major key) について、少し詳しく述べよう。まず、図 6.18 のほぼ真中に「 1C 」とあるが、その一つ左の倒立三角形と右二つの倒立三角形が、図 6.15 に示したヘ長調に対応する。この三つの倒立三角形を一つ右のずらしたものがト長調になる。つまり、ト長調とは主音を一つ右へずらし、ヘ長調の下屬三和音を消して、新しく属三和音を追加したものである。

この際、ヘ長調の「 1fa 」である「 1F 」が消えて、新しくト長調の「 1si 」である「 F^\sharp 」が創成される。「 F^\sharp 」は「 F 」の半音近く上 (+92 cent) の音であるので、**嬰へ** (F-sharp) と名付ける。ただし、「 1C 」の存在する水平線上の右の方にある「 $^1F^\sharp$ 」(この図には現われていない) より1SC低いいため、「 1 」を外している。さらに、ヘ長調の「 1la 」である「 A 」が1SC上がって、ト長調の「 1re 」である「 1A 」になる。絶対音階の基準である 440Hz である「 A 」は、後述のように、この新しい「 1A 」より1SC低くなるため「 1 」は付いていない。

表からわかるように、属調へ移調するたびに、二音ずつ変化していくが、まずは元の調の「 1fa 」が消えて、代わりに新しい調に半音 +1 SC 下の「 1si 」が追加され、もう一つは元の調の「 1la 」が新しい調では1SC上の同音名に代って「 1re 」として再登場する。

このように調が変わるたびに2音ずつ新たな音を用意しなければならないことが、純正調音階の最大の欠点である。このため、これに対するいくつかの修正が加えられ、最後には平均律音階に至ったのである。

逆に元の属三和音を破棄して、下屬三和音を追加する方法もある。こうして次々に**下屬**

調 (sub-dominant key) を作っていくことができる。「¹C」の左、つまり「¹F」を主音にして、新しい調を作ると、**へ長調** (F major key) となる。新しい調の「¹la」と「¹fa」が新しい音として加わる。「¹la」は「¹D」の1SC下の「D」となる。「¹fa」は「B」の半音近く下 (-92 cent) の「¹B^b」**変ロ** (B-flat) となる。

このように、次々に下へ**順次下屬調** (sub-dominant key) を作っていくことにより、新しい音が二音ずつ変化していくが、まずは元の調の「¹si」が消えて、代わりに新しい調に半音 +1SC 上の「¹fa」が追加され、もう一つは元の調の「¹re」が新しい調では1SC下の同音名になって「¹la」として再登場する。

短調では、正置三角形を使って同様な議論を行う。中心となるのは、上図の中央付近にある「A」を主音とした**イ短調** (A minor key) である。

また、「A」を中心に左右に伸びる線上の音はピタゴラス音階を構成する。ピタゴラス音階の「C」は「A」より左3番目に存在しているが、これと「A」の直ぐ右上にある純正調音階の「¹C」とは明かに異なる。

純正調音階でも、ピタゴラス音階のように無限に音が生産されていくことになるが、可能ならどこかで打ち止めしたいものである。どんどん、新しい音を作っていくと、いずれは、すでに作ったものと非常に近い音ができてくる可能性がある。そうしたら、それを同音とすればよいことになる。その意味で、**図 6.18** の中で破線で囲んだ部分の音を用意すれば十分であり、それを越えて生成された音は破線内の音とほぼ同音になるのである。

「A」を基準として、この図のすべての音名の周波数のセント数を求めたものを**図 6.19** に示す。本来**図 6.18** の形に書くべきであろうが、情報量が多いため、同図の平行四辺形を長方形に変形して描いてある。変形の状況は、音名、特に「¹C」と「A」の位置を見ると、簡単に理解できると思う。セント数はすべて、基本オクターブ内の値にしてある。「A」の周辺のセント数を見るとわかると思うが、右下へ移動すると約 386.3 cent 増加 (M3) し、上へ移動すると約 315.7 cent 増加 (m3) し、その合計は、右へ移動したときの約 702 cent 増加 (P5) に一致する。逆の各移動 (m6, M6, P4) に対しては、それぞれ同量減少する。

この図で、4本の実線に囲まれた範囲 (**図 6.18** では破線の平行四辺形) の音名のセント値を、低い方から順に並べると**図 6.20** のようになる。これらのセント値はいずれも1SC (22 cent) 程度のほぼ等間隔で並んでいる。ただし、一箇所、四角形右上端 (以後座標で (+3SC, +4P5) のように呼ぶ) の「³B^b」(154.7 cent) と左下端 (-2SC, -4PS) の「₂B」(160.9 cent) の間だけが 6.2 cent と異常に狭い。そこで、これら二つを同じ高さとみなせば、1200 cent を等間隔で 53 等分した高さで限りなく近似できる。実際 1200/53 (22.6 cent) の整数倍からのずれを同表中に示したがすべて -4.3~3.0 cent 内に存在している。

ちなみに、53 等分の音で近似した場合、この四角形内の任意の二つの音の差は調和する場合から最大 7.3 cent (3.0+4.3) ずれるが、その場合には $440 \cdot (2^{7.2/1200} - 1) = 1.8\text{Hz}$

	-5P5	-4P5	-3P5	-2P5	-1P5	0P5	+1P5	+2P5	+3P5	+4P5	+5P5
+4SC	⁴ C ^{bb} 152.8	⁴ G ^{bb} 854.8	⁴ D ^{bb} 356.7	⁴ A ^{bb} 1058.7	⁴ E ^{bb} 560.6	⁴ B ^{bb} 62.6	⁴ F ^b 764.5	⁴ C ^b 266.5	⁴ G ^b 968.4	⁴ D ^b 470.4	⁴ A ^b 1172.3
+3SC	³ A ^{bb} 1037.1	³ E ^{bb} 539.1	³ B ^{bb} 41.1	³ F ^b 743.0	³ C ^b 245.0	³ G ^b 946.9	³ D ^b 448.9	³ A ^b 1150.8	³ E ^b 652.8	³ B ^b 154.7	³ F ^b 856.7
+2SC	² F ^b 721.5	² C ^b 223.5	² G ^b 925.4	² D ^b 427.4	² A ^b 1129.3	² E ^b 631.3	² B ^b 133.2	² F ^b 835.2	² C ^b 337.1	² G ^b 1039.1	² D ^b 541.1
+1SC	¹ D ^b 405.9	¹ A ^b 1107.8	¹ E ^b 609.8	¹ B ^b 111.7	¹ F ^b 813.7	¹ C ^b 315.6	¹ G ^b 1017.6	¹ D ^b 519.6	¹ A ^b 21.5	¹ E ^b 723.5	¹ B ^b 225.4
0SC	⁰ B ^b 90.2	⁰ F ^b 792.2	⁰ C ^b 294.1	⁰ G ^b 996.1	⁰ D ^b 498.0	⁰ A ^b 0	⁰ E ^b 702.0	⁰ B ^b 203.9	⁰ F ^b [#] 905.9	⁰ C ^b [#] 407.8	⁰ G ^b [#] 1109.8
-1SC	¹ G ^b 974.6	¹ D ^b 476.5	¹ A ^b 1178.5	¹ E ^b 680.4	¹ B ^b 182.4	¹ F ^b [#] 884.3	¹ C ^b [#] 386.3	¹ G ^b [#] 1088.3	¹ D ^b [#] 590.2	¹ A ^b [#] 92.2	¹ E ^b [#] 794.1
-2SC	² E ^b 658.9	² B ^b 160.9	² F ^b [#] 862.8	² C ^b [#] 364.8	² G ^b [#] 1066.8	² D ^b [#] 568.7	² A ^b [#] 70.7	² E ^b [#] 772.6	² B ^b [#] 274.6	² F ^b [#] [#] 976.5	² C ^b [#] [#] 478.5
-3SC	³ C ^b [#] 343.3	³ G ^b [#] 1045.3	³ D ^b [#] 547.2	³ A ^b [#] 49.1	³ E ^b [#] 751.1	³ B ^b [#] 253.1	³ F ^b [#] [#] 955.0	³ C ^b [#] [#] 457.0	³ G ^b [#] [#] 1158.9	³ D ^b [#] [#] 660.9	³ A ^b [#] [#] 162.9

図 6.19 音名の周波数 (各欄, 上から音名, セント値, $n \times 1200/53$ cent からのずれ)

ぐらゐの唸りを生じる。この程度はビブラートの範囲であるので、それ程、濁った感じは受けないのである。

一つ右の四角形に囲まれた各音を、中心の四角形の音と比較してみると、例えば図 6.19 の (0SC, +5P5) にある「G[#]」と (+1SC, -4P5) にある「¹A^b」のように、音名はずれるが、2.0 cent だけ低い音が必ず見つかる。例外は右の四角の +3SC の行であり、例えば (+3SC, +5P5) にある「³F^b」(856.7 cent) は元の四角の (-2SC, -3P5) にある「²F^b」(862.8 cent) と ± 約 6.1 cent 高い音が見つかる。一つ左の四角形も同様な関係が成立する。これらの関係を **スキスマ (独)** (Skisma) と言い、同じように同音とみなす。

同様に、一つ下の四角形内の音をみても、やはり音名はずれるが、すべて 8.1 cent だ

0,	21.5,	41.1,	70.7,	92.2,
111.7,	133.2,	154.7,	160.9,	182.4,
203.9,	223.5,	245.0,	274.6,	294.1,
315.6,	337.1,	364.8,	386.3,	
407.8,	427.4,	448.9,	476.5,	498.0,
519.6,	539.1,	568.7,	590.2,	
609.8,	631.3,	652.8,	680.4,	
702.0,	723.5,	743.0,	772.6,	792.2,
813.7,	835.2,	862.8,	884.3,	
905.9,	925.4,	946.9,	976.5,	996.1,
1017.6,	1039.1,	1066.8,	1088.3,	
1107.8,	1129.3,	1150.8,	1178.5,	

図 6.20 実線内のすべての音名のセント数

け低い音が見見つかる。ただし、左上端と、表には現われていない右下端だけは 6.1 cent 高い音が見つかる。一つ上の四角形も同様な関係が成立する。これらの関係を **クライスマ(独)** (Kleisma) と言い、同じように同音とみなす。

スキスマとクライスマの関係にある二つの音を同音とみなすことにすると、すべての音は図 6.18 の四角形の中の音に置き換えることができる。ただし、遠い四角形内の音は徐々にずれが無視できないほど大きくなるが、そんなに遠い音までを使うことはないので、実用上はこの四角形の範囲で十分である。

こうして上の方に属調を「C → G → D → A → E → B → F[♯] → C[♯] → ... (ハ → ト → ニ → イ → ホ → ロ → 嬰へ → 嬰ハ → ...)」と、下の方に下屬調を「C ← F ← B^b ← E^b ← A^b ← D^b ← G^b ← C^b ← ... (ハ ← ヘ ← 変ロ ← 変ホ ← 変イ ← 変ニ ← 変ト ← 変ハ ← ...)」と、共通音の多い**近親調** (related key) の長調を作っていくことができるのである。

この壮大な 53 個の音名からなる音階を**純正調音階** (just intonation scale) と呼ぶのであるが、そのうち 7 個だけが変化記号を必要としない。このため、すべての音を楽譜に記載しようとする、左右対称に考えて、最大 (53-7)/2=23 個のシャープとフラットを要することとなる。このどの音も主音になり得るので、調の数は 53 個となる。これを使いこなせる楽器はそれほど多くない。オルガンは、かなりを用意しているようである。あとは各楽器や声で、耳を頼りに合せるしかない。

このことは、純正調音階を前提に、派生音を追加して鍵盤楽器に見られるような 12 音階を作成することは不可能であることをも意味している。このことから、鍵盤楽器の出現に合せ、次章以下に述べるよりキー数の少ない音階が考えられるようになったのである。

6.7 純正調に関する私見

趣味で合唱を行なっているものとして、純正調音階については永らく関心を持っていた。それは、音声は自由に高さが変えられるからであり、それにより美しい音を作ることができると思っていたからである。また、簡単な整数比の音は美しく聞こえると信じてきたこともある。

しかし、本書を書くにあたって、電子音などを使って聞き比べてみたところ、よほど簡単な整数比でないと、顕著な効果が得られないことが判明してきた。ウルフ音についても、20 Hz ぐらいの唸りは確かに鬱陶しいが、どこからどこまでが邪魔な唸りになるかの科学的根拠は得られなかった。

近年、MIDI の発展につれ、純正調音階で曲を演奏することも比較的容易になり、YouTube などにはいくつかの試みが公開されている。それを聞いてみると、確かに澄んだ和音となっているが、やや物足りない、あるいは純粹過ぎて許容性のないようにも聞こえる。現在の平均律、あるいは複雑な和音構成にすっかり慣れてしまったのか、私にとって純正調への魅力は昔に比べかなり減退してしまった。もちろん、音を正確に合せる技術は必要であるが、あまりに純正調に拘らない方がよいと感じるようになった次第である。

第 7 章

中全音律音階

16 世紀に入るところから和音が重視されるようになり、特に 3 度音への関心が高まった。一方で、純正調音階では幹音の間に必ず P5-1 SC の間隔が生まれてしまう（例えば図 6.4 の D-A 間、あるいは図 6.10 の G-D 間）。そこで P5 の純正さを多少崩して、P5-1 SC の間隔をうまく消し去ろうという手法が提案された。これが中全音律音階（meantone temperament scale）である。

7.1 全音の決定

長 3 度を純正は保ちつつ、すべての完全 5 度 P5 の純正からの大きなずれは無くそうというのが基本的考え方である。長 3 度はおよそ完全 5 度 4 個の積み重ねに対応する。そこで、P5 を少しずつ調整して、すべての P5 を同じ大きさにしようというのである。純正の P5 を 4 個積み重ねると 2808 cent であるが、これは純正の長 3 度である 386 cent+2 oct=2786 cent にかなり近い。ちなみに両者の差である 22 cent とは 1 SC（シントニックコンマ）である。比で言うと、 $5/4 \times 4 = 5$ である。そこで中全音律音階では、長 3 度は純正に維持しながら、すべての完全 5 度を純正から均等に少し減らして、両者を合せるのである。具体的には純正の P5 に対し $2786/4 = 696.5 = P5-5.5 \text{ cent}$ とすればよい。比では $\sqrt[4]{5}$ であり、以後 $x = \sqrt[4]{5}$ とする。純正より $3/2x$ 短い。

M3 と m3 を積上げると P5 であるので、m3 も簡単に計算でき、 $696.5 - 386 = 310.5 \text{ cent}$ であり、純正の M3（316 cent）に対し M3-5.5 cent と協和できる範囲で短い。比で言えば $4x/5 = 4/x^3$ であり、 $(6/5)/(4x/5) = 3/2x$ 短い。

7.2 五度圏

こうして作られた中全音律音階の五度圏を図 7.1 に示す。まず、完全 5 度を $702 - 5.5 = 700 - 3.5 = 696.5 \text{ cent}$ としているため、これを 11 個積み重ねると $700 + 3.5 \times 11 = 738.5$

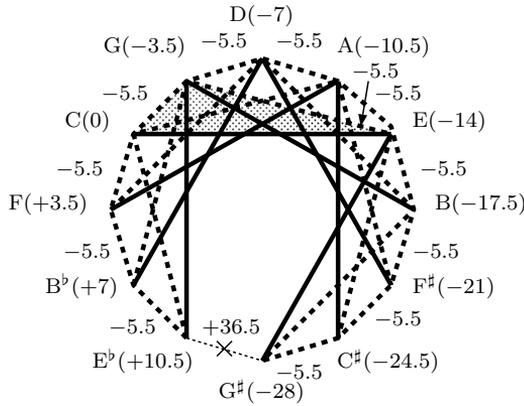


図 7.1 中全音律音階の五度圏（純正な M3 に 4 個の P5 を等長で合せる）

のブレイクの P5 が 1 個発生する。作成法から明かなように、このブレイクを跨がない長 3 度 M3 はいずれも純正である。またブレイクを跨がない P5 も m3 も純正に対し-5.5 であり、かなり協和である。

この図とピタゴラス音階の五度圏を比較してみると、純正の M3 はその付近に多くの協和音を作ることがわかる。つまり、純正 P5 を骨とするよりは、純正 M3 を骨とすべきであることが示唆される。これが今後の不等分律音階から平均律音階への流れを作ったのである。

ピタゴラス音階が P5 を $3/2$ とすることで無限の音列を作ったように、中全音律音階は P5 を x とすることで無限の音列を作ることができ、派生音も決定できる。ただし、ピタゴラス音階のように、同じ手法を五度圏の円周を越えるところまで実施すると、純正調音階のように、同名異音がどんどん発生する。

7.3 中全音律音階

音名	C	D	E	F	G	A	B	C ¹
比	1	$x^2/2$	$x^4/4$	$2/x$	x	$x^3/2$	$x^5/4$	2
cent (基準 C)	0	193	386	503.5	696.5	889.5	1082.5	1200

図 7.2 中全音律音階（主音 C）

中全音律音階を 1 oct に作成してみよう。P5 二つで M2+1 oct になる。 $696.5 \times 2 - 1200 = 393$ cent が M2、つまり全音となる。あるいは比で言えば、 $x^2/2 = \sqrt{5}/2$ がこの音階の共通な全音となる。この全音は、純正調音階の二つ全音 $9/8$ (264 cent) の長全音と $10/9$ (182 cent) の短全音の幾何平均の比 $\sqrt{5}/2$ (平均の 393 cent) であることから**中全**

音 (mean full tone) と呼ばれる。

1 オクターブに存在する五つの全音が $(x^2/2)^5 = x^{10}/2^5$ となるため、残る二つの半音でオクターブを補完するとすると、半音の間隔は $\sqrt{2^6/x^{10}} = 2^3/x^5$ となる。この結果、中全音律音階は図 7.2 のようになる。

階名	D/C	E/D	F/E	G/F	A/G	B/A	C ¹ /B
隣接比	$x^2/2$	$x^2/2$	$8/x^5$	$x^2/2$	$x^2/2$	$x^2/2$	$8/x^5$
cent 差	193	193	117.5	193	193	193	117.5
差の種類	W	W	H	W	W	W	H

図 7.3 中全音律音階の間隔 (W、H は全音、半音)

念のため、隣同士の比をとってみると、図 7.3 に示すように、全音 $x^2/2$ (193 cent)、半音 $8/x^5$ (117.5 cent) の二種類の間隔がある。半音がやや広いため、導音 (C-B-C、F-E-F など) の関係がやや不自然になる。

中全音律音階は、広い範囲で協和性が維持されているが、五度圏の中に 1 箇所あるブレイクのために、相変わらず、鍵盤楽器には対応が難しい。このため、次章に述べる不等分律音階が提案されるに至ったのである。

第 8 章

不等分律音階

17 から 18 世紀になり鍵盤楽器がさらに多用されるようになると、ピタゴラス音階や中全音律音階、さらに純正調音階のように、無限の音が存在するのは好ましくなくなった。できれば 1 オクターブに 12 音だけが存在するのが望ましい。また移調が多くなると、いかなる調でもウルフ音が発生しないことが望ましく、いわゆるギャップを避けるべく、すべての P5 を純正から大きく動かさないことが必要となる。最終的には平均律音階に移動していくのであるが、その移行過程として、多くの非平均律とも言うべき**不等分律音階** (equal temperament scale) が提案された。良く調律された調の意味の**ウェル・テンペラメント** (well temperament) とも言う。

本章では五度圏を多用するため、改めて、第 5 章「ピタゴラス音階」に示した音程の純正さを示す線種を掲載しておこう。本章では改めて純正の完全 5 度、長 3 度、短 3 度を P5 (702 cent (3/2))、M3 (386 cent (5/4))、m3 (316 cent (6/5)) とし、それからの上下のずれに対し、以下の線種を用いる。

- 太実線: 0
- 太破線: それ以上 ± 5 cent 以内
- 太点線: それ以上 ± 10 cent 以内
- 実線: それ以上 ± 15 cent 以内
- 破線: それ以上 ± 20 cent 以内
- 点線: それ以上のずれ

8.1 バッハのウェル・テンペラメント

バッハ (Bach) (1685–1750) の**平均律クラヴィア** (The Well-Tempered Clavier) の平均律は英訳からわかるように、ウェル・テンペラメントの誤訳である。ではバッハはどのような音階を使ったのだろうかについては、はっきりした定説はない。しかし、その楽譜

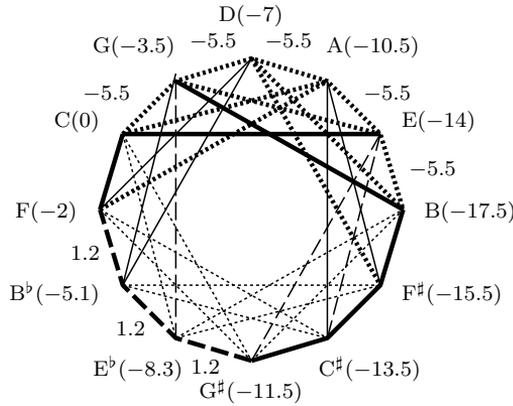


図 8.1 バッハのウェル・テンペラメントの五度圏

音名	A ^b	A	B ^b	B	C	C [#]
cent (基準 C)	-411.5	-310.5	-205.1	-117.5	0	86.5
平均律との cent 差	-11.5	-10.5	-5.1	-17.5	0	-13.5

	D	E ^b	E	F	F [#]	G	G [#]
	193	291.7	386	498	584.5	696.5	788.5
	-7	-8.3	-14	-2	-15.5	-3.5	-11.5

図 8.2 バッハのウェル・テンペラメントの音階

には謎のような模様が描かれており、それを Emile Jobin 氏が解釈したもの^{*1}が、図 8.1 の五度圏に示されたバッハのウェル・テンペラメントである。純正の M3 を二つ含むように、P5-5.5 とやや狭くした五度を 5 個配置する。その補正を 3 個のやや広い P5+1.2 で相殺している。バッハのウェル・テンペラメントの音の cent を図 8.2 に示す。図では、各完全 5 度、長短 3 度の音程の詳細の cent 数は省略したが、線種によって大きな判断が可能である。最大のポイントは、幹音間の各音程はいずれも 10 cent 以下の純正からのずれになり、協和的になっている。B、C[#]、F[#] がかなり低いところがやや問題である。

8.2 キルンベルガー法

キルンベルガー (Kirnberger) (1721-1783) はバッハの弟子であり、音楽家、音楽理論家であるが、いくつかの調律法を提案している。中でもキルンベルガー第 3 法が有名であるが、調性格論でキルンベルガーが第 1 法を使って議論しているようなので、まずキル

^{*1} http://pianotuning.jp/?page_id=1545

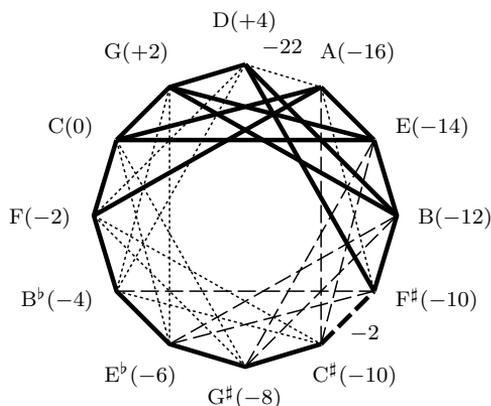


図 8.3 キルンベルガー第1法の五度圏

音名	A ^b	A	B ^b	B	C	C [#]
cent (基準 C)	-408	-316	-204	-112	0	90
平均律との cent 差	-8	-16	-4	-12	0	-10

D	E ^b	E	F	F [#]	G	G [#]
204	294	386	498	590	702	792
+4	-6	-14	-2	-10	+2	-8

図 8.4 キルンベルガー第1法の音階

ンベルガー第1法を紹介する。これは図 8.3 に示すように、純正律の下半分を補ったものである。D-A に純正律由来の-22 のウルフが入っているため、それ以外のほとんどの P5 を純正にできるが、一箇所だけ-2が必要となる。これを C-G から最も遠い F[#]-C[#] に配置している。キルンベルガー第1法の音の cent を図 8.4 に示す。「C」、「F」、「G」が相対的に高目である。

キンベルガー第3法は、図 8.5 に示すように、C-G-D-A-E を中全音律に合せ、残りをほぼ純正 P5 にしたものである。ただし、一箇所純正 P5 より-2 cent 短くしなければならぬが、それを第1法と同様に C-G から最も遠い F[#]-C[#] に配置している。最大のポイントは、幹音間の各音程はいずれも 11 cent 以下の純正からのずれになり、協和的になっている。キルンベルガー第3法の音の cent を図 8.6 に示す。「C」と「F」が相対的に高目である。

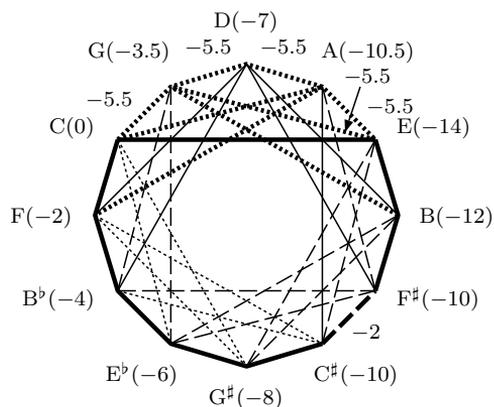


図 8.5 キルンベルガー第 3 法の五度圏

音名	A ^b	A	B ^b	B	C	C [#]
cent (基準 C)	-408	-310.5	-204	-112	0	90
平均律との cent 差	-8	-10.5	-4	-12	0	-10

D	E ^b	E	F	F [#]	G	G [#]
193	294	386	498	590	696.5	792
-7	-6	-14	-2	-10	-3.5	-8

図 8.6 キルンベルガー第 3 法の音階

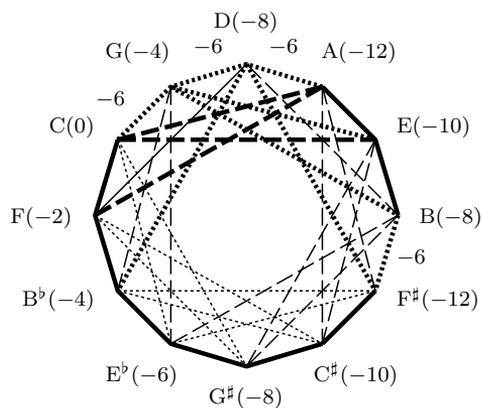


図 8.7 ヴェルクマイスター第 3 法の五度圏

音名	A ^b	A	B ^b	B	C	C [#]
cent (基準 C)	-408	-312	-204	-108	0	90
平均律との cent 差	-8	-12	-4	-8	0	-10

D	E ^b	E	F	F [#]	G	G [#]
192	294	390	498	588	696	792
-8	-6	-10	-2	-12	-4	-8

図 8.8 ヴェルクマイスター第3法の音階

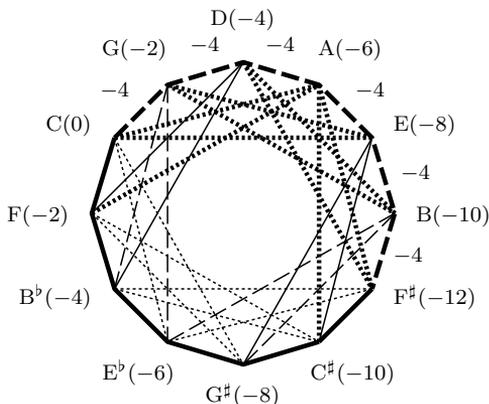


図 8.9 ヤング第2法の五度圏

8.3 ヴェルクマイスター第3法

ヴェルクマイスター (Werckmeister) (1645–1706) はキルンベルガーより前の人で、ドイツのオルガン奏者であるが、ヴェルクマイスター第3法は不等分律音階の中でも特に有名である。図 8.7 に示すように、中全音律音階で現われた -5.5 cent の狭い P5 を少し広げ、 -6 cent とすることで、純正 P5 を 8 個としている。さらに、狭い P5 の一つの位置をずらすことで、全体の協和性を上げている。ヴェルクマイスター第3法の音の cent を図 8.8 に示す。C–C[#] が 90 cent とやや狭い以外は比較的均等である。

8.4 ヤング第2法

ヤング (Young) (1773–1829) はイギリスの物理学者で色覚、弾性体力学の研究者である。ヤング第2法が有名であるが、図 8.9 に示すように、純正 P5 を 6 個とちょうどそれらの作る 12 cent の増加分を打ち消すために、やや狭い -4 cent の P5 を 6 個で構成して

音名	A ^b	A	B ^b	B	C	C [#]
cent (基準 C)	-408	-306	-204	-110	0	90
平均律との cent 差	-8	-6	-4	-10	0	-10

D	E ^b	E	F	F [#]	G	G [#]
196	294	392	498	588	698	792
-4	-6	-8	-2	-12	-2	-8

図 8.10 ヤング第 2 法の音階

いる。ヤング第 2 法の音の cent を図 8.10 に示す。「C」がやや高目、「F[#]」がやや低目以外はかなり均等である。

8.5 調性格論

不等分律音階も平均律音階も 1 oct の範囲には 12 個の音しかいないため、移/転調はまったく自由である。18 世紀に、ハ長調は純朴とか、ニ長調は喜びとか、嬰ト長調は陰鬱とかいった調性格論 (key characteristics) が唱えられたが、平均律音階で移/転調しても、音の間隔は変わらないので現代人には不明確な概念である。しかし、不等分律音階ならば調が変わることは音の間隔のアレンジのずれが発生するので、当然理解できる概念であろう。バロックからロマン派に至る音楽家は大方、調の性格を意識していたし、多様な調性格論を持っていたが、比較的知られているものを二つ紹介しよう。

一つはキルンベルガーによるものであり、調を三つのカテゴリーに分類している。^{*2}

- 第 1 等級の調
 - ハ長調 (C-Major) / イ短調 (A-minor)
 - ト長調 (G-Major) / ホ短調 (E-minor)
 - ニ長調 (D-Major) / ロ短調 (B-minor)
 - ヘ長調 (F-Major) / ニ短調 (D-minor)
- 第 2 等級の調
 - イ長調 (A-Major) / 嬰へ短調 (F[#]-minor)
 - ホ長調 (E-Major) / 嬰ハ短調 (C[#]-minor)
 - ロ長調 (B-Major) / 嬰ト短調 (G[#]-minor)
 - 嬰へ長調 (F[#]-Major) / 変ホ短調 (E^b-minor)
- 第 3 等級の調

^{*2} <http://blog.livedoor.jp/ruhmvollerkampfer/tag/調性格論>

- 変口長調 (B^b-Major) / ト短調 (G-minor)
- 変ホ長調 (E^b-Major) / ハ短調 (C-minor)
- 嬰ト長調 (G[#]-Major) / ヘ短調 (F-minor)
- 嬰ハ長調 (C[#]-Major) / 変口短調 (B^b-Major)

これはキンベルガー第1法に基づいていると思われる。図 8.3 の音の間を接続する線種を見てみると、F-C-G-D、A-E-B-F[#] の二組とそれ以外の、合せて三組が見えてこよう。これが、ここに示した調性格理論の分類と同じになっている。もう少し厳密には、長調の場合には、各音から出る長3度の線 (P5 四個を時計周りに結ぶ線) が太実線の組、破線の組、点線の組に対応している。短調は、各長調の平行調となっているが、およそ短3度の線 (P5 三個を反時計回りに結ぶ線) が太実線、破線の組、点線の組に対応している。したがって上の組ほど純正調であり、下の調ほど純正調から外れたピタゴラス音階による緊張の度合いが増すとしている。

もう一つは詩人、音楽家であるシュューバルト (Schubart) (1739-1791) によるものである。調性格論というところかなりの確率で彼の説が引用される。^{*3} 彼の対象とする音階は、キルンベルジャー I を除く本章で示したほぼすべての音階のようであるが、特にバッハのウェル・テンペラメントが比較的よく対応しているようである。それにしたがって、各調の協和性を高い順に並べたものに、シュューバルトの付けた各調の性格を載せると以下のようになる。

- 長調

ハ長調 (C-Major) 完全な純粹、純真、素朴、子供が話す言葉のようである。

ト長調 (G-Major) 田舎風、田園的、牧歌的なものすべて。静かで満たされた情熱、心からの友情と誠実な愛への感謝、一言でいえば心優しく穏やかな動きのすべて。

ヘ長調 (F-Major) 満足、平安

ニ長調 (D-Major) 勝利の喜び、ハレルヤ、戦勝の雄叫び、魅力的な交響曲、行進曲、祝祭歌、天に向かって歓呼の声を上げる合唱曲などに使われる調性

変口長調 (B^b-Major) 快活な愛、善良な道徳心、希望、より良き世界への憧憬

イ長調 (A-Major) 純情な愛の告白、自己の現状に対する満足、神への信仰、恋人と別れるときの再会への期待、若人の快活さ

変ホ長調 (E^b-Major) 愛情、敬虔、神との信頼に満ちた対話、3つのフラットによって三位一体を表す

ホ長調 (E-Major) にぎやかな歓声、まだ完全に楽しんではいないが喜びと享楽

^{*3} Schubart, Christian Freidrich Daniel: Ideen zu einer Aesthetik der Tonkunst, 1784
<http://equal-system.com/archives/50711422.html>

がある

口長調 (B-Major) けばけばしい強烈な色彩、荒々しい情熱を告げる、怒り、憤り、嫉妬、半狂乱、絶望、あらゆる激しい興奮がこの調性の領域に属する。

嬰へ長調 (F[#]-Major) 困難の中でも勝利、登り終えた丘の上で開放された呼吸、激しく戦い無事に勝利した魂の余韻

嬰ハ長調 (C[#]-Major) やぶにらみの調性、悩み過ぎたり喜び過ぎたり、笑うに笑えず泣くに泣けない、珍しい特色と感情

嬰ト長調 (G[#]-Major) 葬送、死、墓、朽ち果てること、裁き、永遠

● 短調

イ短調 (A-minor) 敬虔な女性らしさ、穏やかな性格

ホ短調 (E-minor) 女性の純真無垢な愛の告白、嘆き、涙をにじませながらのため息、ハ長調の最も純粋な至福がまもなく実現するという希望、胸にバラ色のリボンがついた白いドレスを着た少女のように本来1つの色しか持っていない調性。言い表せぬほどの優美さを持って再び主調のハ長調に戻れば心も耳も完全な満足に満たされる。

ロ短調 (B-minor) 忍耐の調性、静かに天命を待つ、穏やかな嘆きでわめいたり泣いたりしない。この調の使用はあらゆる楽器においてかなり困難なため、ロ短調と明瞭に認識される作品は少ない。

ニ短調 (D-minor) 憂鬱な女性、偏屈、もやもやとした悩み

ト短調 (G-minor) 不機嫌、不快感、失敗したプレンを引きずっている状態、不満げな歯ぎしり、一言で言えば遺恨と怠惰

嬰へ短調 (F[#]-minor) 陰鬱、怨恨と不満の言葉。鎖に繋がれた凶暴な犬が噛付くように激情を引きずり出す、居心地の悪い立場なので常にイ長調の休息とニ長調の勝利を待ち焦がれる。

嬰ハ短調 (C[#]-minor) 悔悟の嘆き、神や友人や幼馴染との気楽な語り、満たされない友情と愛に対するため息

ハ短調 (C-minor) 愛の告白と失恋の嘆き、恋する魂の悩みと憧れのため息

へ短調 (F-minor) 深い憂鬱、死者を悼む嘆き、悲痛なうめき声、死への憧憬

嬰ト短調 (G[#]-minor) 気難しく抑圧された心が窒息している状態、悲嘆の声がダブルシャープのところで呻く、困難な戦い、一言で言えば苦闘を強いられるものすべて

変ロ短調 (B^b-minor) 夜の衣をまとった変わり者、少し不機嫌、神と世間への嘲り、好ましい印象を与えることは極めて稀である。自分と全てのものへの不満足、自殺の準備を始める

変ホ短調 (E^b-minor) 非常に強い懸念、くよくよと思いついた絶望、最もひどい憂鬱、不安と恐怖に苛まれる、残忍、幽霊たちが話せるのであればこの調で話

索引

■ 数字

- 12 tone scale (12 音音階) 40
 12 音音階 (12 tone scale) 40

■ A

- A minor key (イ短調) 16, 44
 absolute consonant interval (絶対協和音程) 24
 accidental (変化記号) 4
 ancient court music (雅楽) 14
 auditory filter (聴覚フィルタ) 20
 augmented, aug, + (増) 21

■ B

- B-flat (変ロ) 44
 Bach (バッハ) 51
 beat (唸り) 20
 break point (換声点) 7

■ C

- C major key (ハ長調) 15, 41
 C minor key (ハ短調) 16
 cent (セント) 17
 chest voice (地声) 7
 chord (和音) 1, 19
 circle of fifth (五度圏) 26
 circle of fourth (四度圏) 27
 common fundamental frequency (共通基本波周波数) 19
 common people's music (俗楽) 14
 consonance (協和) 20
 critical band (臨界帯域) 20

■ D

- degree (度数) 21
 derived tone (派生音) 3, 4, 40
 diminished, dim, - (減) 21
 dominant (属音) 15
 dominant key (属調) 41
 dominant triad (属三和音) 34
 doubly augmented (重増) 21
 doubly diminished (重減) 21

■ E

- enharmonic (異名同音) 4
 equal temperament scale (不等分律音階) .. 51
 equal temperament scale (平均律音階) . 18, 59

■ F

- F major key (ヘ長調) 16, 44

- F-sharp (嬰ヘ) 42
 falsetto register (裏声区) 7
 falsetto (ファルセット) 7
 Fechner's law (フェヒナーの法則) 2
 five tunes (五声) 14
 fixed-do system (固定ド唱法) 9
 frequency (周波数) 1
 fundamental frequency (基本周波数) 1
 fundamental pitch (基音) 1
 fundamental wave (基本波) 1

■ G

- G major key (ト長調) 16, 42
 gregorian mode (教会旋法) 14

■ H

- half tone (半音) 17, 18
 harmonic major scale (和声的長音階) 8
 harmonic minor scale (和声的短音階) ... 8, 37
 harmonic tone (倍音) 1
 harmonic wave (高調波) 1
 head voice (頭声) 7

■ I

- imperfect consonant interval (不完全協和音程)
 32
 interval (音程) 2, 21
 inversion interval (転回音程) 23, 24

■ J

- just intonation scale (純正調音階) 34, 46
 just temperament scale→just intonation scale
 34

■ K

- key (調) 15, 41
 key characteristics (調性格論) 56
 Kirnberger (キルンベルガー) 52
 Kleisma (クライスマ (独)) 46

■ L

- leading tone (導音) 15
 long half tone (長半音) 35
 long whole tone (長全音) 28, 35

■ M

- major scale (長音階) 7, 14, 34
 major sixth, M6 (長6度) 32
 major third, M3 (長3度) 32

major triad (長三和音)	33
major, M (長)	21
mean full tone (中全音)	50
meantone temperament scale (中全音律音階) ..	48
mediant (中音)	15
melodic major scale (旋律的長音階)	8
melodic minor scale (旋律的短音階)	8, 37
middle A (中央 A)	5
middle A (中央イ)	5
middle C (中央 C)	5, 7
middle C (中央ハ)	5
middle voice (ミドルボイス)	7
minor scale (短音階)	8, 14, 37
minor sixth, m6 (短 6 度)	32
minor third, m3 (短 3 度)	32
minor triad (短三和音)	33
minor, m (短)	21
mixed voice (ミックスボイス)	7
MML	13
modal voice register (地声区)	7
modulation (転調)	30, 42
movable-do system (移動ド唱法)	9
■ N	
natural major scale (自然長音階)	8
natural minor scale (自然短音階)	8, 37
natural note (幹音)	3, 22
niro nuki scale (ニロ抜き音階)	14
note name (音名)	3
note singing method (音名唱法)	9
numeric notation (数字譜)	11
■ O	
octave (オクターブ)	2, 3, 5
ottava alta (オッターバ・アルタ)	7
ottava bassa (オッターバ・バッサ)	7
■ P	
parallel key (同主調)	15
parallel key (同名調)	15
pentatonic major (五音長調)	14
pentatonic minor (五音短調)	14
pentatonic scale (五音音階)	14
perfect consonant interval (完全協和音程) ..	24
perfect fifth, P5 (完全 5 度)	24
perfect fourth, P4 (完全 4 度)	24
perfect, P (完全)	21
pitch (音高)	1, 21
Pythagorean comma (ピタゴラスコンマ) ..	25
Pythagorean scale (ピタゴラス音階) ...	25, 28
■ R	
range (音域)	6
related key (近親調)	41, 42, 46
relative key (平行調)	15
ritsusenpo (律旋法)	14
ryosenpo (呂旋法)	14
Ryukyū scale (琉球音階)	14

■ S	
scale (音階)	1, 14, 17
scale degree (音度)	15
scale degree name (音度名)	15
Schubart (シューバルト)	57
short half tone (短半音)	28, 35
short whole tone (短全音)	35
Skisma (スキスマ (独))	45
solmization (階名唱法)	9
staff notation (五線譜)	5
sub-dominant key (下屬調)	42, 44
sub-dominant triad (下屬三和音)	34
subdominant (下屬音)	15
submediant (下中音)	15
supertonic (上主音)	15
syllable name (階名)	7
syntonic comma (シントニックコンマ)	33

■ T	
The Well-Tempered Clavier (平均律クラヴィア)	51

tone (音色)	1, 19
tonic sol-fa method (トニック・ソルファ法) ..	9
tonic triad (主三和音)	33
tonic, keynote (主音)	15, 41
transposition (移調)	25, 30, 41
triad, three note chord (三和音)	33
tritone (三全音)	41

■ U	
unison (同音)	21

■ W	
well temperament (ウェル・テンペラメント)	51
Werckmeister (ヴェルクマイスター)	55
whole tone (全音)	18
wolf fifth (ウルフ 5 度)	28, 29
wolf note (ウルフ音)	20, 25, 29

■ Y	
yona nuki major scale (ヨナ抜き長音階) ...	14
Young (ヤング)	55

■ あ	
イ短調 (A minor key)	16, 44
移調 (transposition)	25, 30, 41
移動ド唱法 (movable-do system)	9
異名同音 (enharmonic)	4
ウェル・テンペラメント (well temperament) .	51
ヴェルクマイスター (Werckmeister)	55
唸り (beat)	20
裏声区 (falsetto register)	7
ウルフ音 (wolf note)	20, 25, 29
ウルフ 5 度 (wolf fifth)	28, 29
嬰へ (F-sharp)	42
オクターブ (octave)	2, 3, 5
オッターバ・アルタ (ottava alta)	7
オッターバ・バッサ (ottava bassa)	7
音域 (range)	6

音階 (scale) 1, 14, 17
 音高 (pitch) 1, 21
 音程 (interval) 2, 21
 音度 (scale degree) 15
 音度名 (scale degree name) 15
 音名 (note name) 3
 音名唱法 (note singing method) 9

■ か

階名 (syllable name) 7
 階名唱法 (solmization) 9
 雅楽 (ancient court music) 14
 下属音 (subdominant) 15
 下属三和音 (sub-dominant triad) 34
 下属調 (sub-dominant key) 42, 44
 下中音 (submediant) 15
 幹音 (natural note) 3, 22
 換声点 (break point) 7
 完全 (perfect, P) 21
 完全協和音程 (perfect consonant interval) 24
 完全 5 度 (perfect fifth, P5) 24
 完全 4 度 (perfect fourth, P4) 24
 基音 (fundamental pitch) 1
 基本周波数 (fundamental frequency) 1
 基本波 (fundamental wave) 1
 教会旋法 (gregorian mode) 14
 共通基本波周波数 (common fundamental frequency) 19
 協和 (consonance) 20
 キルンベルガー (Kirnberger) 52
 近親調 (related key) 41, 42, 46
 クライスマ (独) (Kleisma) 46
 減 (diminished, dim, -) 21
 高調波 (harmonic wave) 1
 五音音階 (pentatonic scale) 14
 五音短調 (pentatonic minor) 14
 五音長調 (pentatonic major) 14
 五声 (five tunes) 14
 五線譜 (staff notation) 5
 固定ド唱法 (fixed-do system) 9
 五度圏 (circle of fifth) 26

■ さ

三全音 (tritone) 41
 三和音 (triad, three note chord) 33
 地声 (chest voice) 7
 地声区 (modal voice register) 7
 自然短音階 (natural minor scale) 8, 37
 自然長音階 (natural major scale) 8
 重減 (doubly diminished) 21
 重増 (doubly augmented) 21
 周波数 (frequency) 1
 シューバルト (Schubart) 57
 主音 (tonic, keynote) 15, 41
 主三和音 (tonic triad) 33
 純正調音階 (just intonation scale) 34, 46
 純正律音階 → 純正調音階 34
 上主音 (supertonic) 15
 シントニックコンマ (syntonic comma) 33
 数字譜 (numeric notation) 11

スキスマ (独) (Skisma) 45
 絶対協和音程 (absolute consonant interval) 24
 全音 (whole tone) 18
 セント (cent) 17
 旋律的短音階 (melodic minor scale) 8, 37
 旋律的長音階 (melodic major scale) 8
 増 (augmented, aug, +) 21
 属音 (dominant) 15
 俗楽 (common people's music) 14
 属三和音 (dominant triad) 34
 属調 (dominant key) 41

■ た

短 (minor, m) 21
 短音階 (minor scale) 8, 14, 37
 短 3 度 (minor third, m3) 32
 短三和音 (minor triad) 33
 短全音 (short whole tone) 35
 短半音 (short half tone) 28, 35
 短 6 度 (minor sixth, m6) 32
 中央 A (middle A) 5
 中央 C (middle C) 5, 7
 中央イ (middle A) 5
 中央ハ (middle C) 5
 中音 (mediant) 15
 中全音 (mean full tone) 50
 中全音律音階 (meantone temperament scale) 48
 調 (key) 15, 41
 長 (major, M) 21
 長音階 (major scale) 7, 14, 34
 聴覚フィルタ (auditory filter) 20
 長 3 度 (major third, M3) 32
 長三和音 (major triad) 33
 調性格論 (key characteristics) 56
 長全音 (long whole tone) 28, 35
 長半音 (long half tone) 35
 長 6 度 (major sixth, M6) 32
 転回音程 (inversion interval) 23, 24
 転調 (modulation) 30, 42
 同音 (unison) 21
 導音 (leading tone) 15
 同主調 (parallel key) 15
 頭声 (head voice) 7
 同名調 (parallel key) 15
 度数 (degree) 21
 ト長調 (G major key) 16, 42
 トニック・ソルファ法 (tonic sol-fa method) 9

■ な

ニロ抜き音階 (niro nuki scale) 14
 音色 (tone) 1, 19

■ は

倍音 (harmonic tone) 1
 派生音 (derived tone) 3, 4, 40
 ハ短調 (C minor key) 16
 ハ長調 (C major key) 15, 41
 バッハ (Bach) 51
 半音 (half tone) 17, 18

ピタゴラス音階 (Pythagorean scale) . . .	25, 28
ピタゴラスコンマ (Pythagorean comma) ..	25
ファルセット (falsetto)	7
フェヒナーの法則 (Fechner's law)	2
不完全協和音程 (imperfect consonant interval)	
32	
不等分律音階 (equal temperament scale) ..	51
平均律音階 (equal temperament scale) .	18, 59
平均律クラヴィア (The Well-Tempered Clavier)	
51	
平行調 (relative key)	15
へ長調 (F major key)	16, 44
変化記号 (accidental)	4
変ロ (B-flat)	44
■ ま	
ミックスボイス (mixed voice)	7
ミドルボイス (middle voice)	7
■ や	
ヤング (Young)	55
ヨナ抜き長音階 (yona nuki major scale) . . .	14
四度圏 (circle of fourth)	27
■ ら	
律旋法 (ritsusenpo)	14
琉球音階 (Ryukyu scale)	14
呂旋法 (ryosenpo)	14
臨界帯域 (critical band)	20
■ わ	
和音 (chord)	1, 19
和声的短音階 (harmonic minor scale) . . .	8, 37
和声的長音階 (harmonic major scale)	8