

音階

岡部 洋一

放送大学教授 (東京大学名誉教授)

2007 年 5 月 31 日

概要

音階はどのように構成されたのだろうか。全音の間隔と半音の間隔はどのように決まっているのかについて述べる。

起草: 1965 年 4 月 1 日

All Rights Reserved (c) Yoichi OKABE 1965-present.

個人の使用以外のコピーを禁じます。また、再コピーおよび再配布は禁止します。

[[HTML ファイル](#)] [[PDF ファイル](#)] [[岡部の Web に公開の文書](#)] [[岡部のトップページ](#)]

まえがき

最近、第一の定年の機会に書類整理をしたら、若いころに作ったメモがいくつか見付かった。私の学生時代は、デジタル書類はもちろん、単純なコピーもなかったから、勉強したことはすべて手書メモにしてきた訳である。

学生時代には混声合唱部に属し、テナーのパートを唱っていた。始めのころは、無我夢中であったが、何年かいると、パート間の音合わせが気になるようになってくる。特に、反響の大きいアーケードの下などで音合わせをすると、時々、ぴたっと和音が合う、俗にハモる感覚がわかるようになってくる。しかし、ピアノとはちょっと音の高さが違うようである。ミラシが低めだとハモるのである。

世界に有名な合唱団の音を聞いても、例えばロジェーワグナー合唱団は、ゴーという力強いが濁った音を出すし、ウィーン少年合唱団は、澄んだ清らかな音を出す。明かに、和音の作り方が違うように感じた。

これを簡単に納得するには、まずバスとソプラノに基音、例えばオクターブ異なるドを出してもらい、アルトにソを入れてもらう。最後にテナーがその間にミを入れるのであるが、その際、微妙に高さを変えていくのである。そうするとあるところで、突然澄んだ和音になるのである。

そうしていたら、楽典の本に、よく知られている平均律音階以外に、純正律音階というものがあるということが書いてあり、それ以降無性に、澄んだ和音に興味を持つようになったのである。知識ができた今から見直すと、純正律音階が平均律音階と最も異なるのはミソシであり、またミソシはテナーに割り当てられることが多いことも、こうしたことに気付いたり、興味を持った要因であろう。

ここに書かれたことは音楽理論の専門家からは自明のことであろうが、捨ててしまうのは惜しいので、ほぼメモそのままに掲載した。

著者

目次

| | | |
|-----|---------|----|
| 第1章 | はじめに | 4 |
| 1.1 | 基音と倍音 | 4 |
| 1.2 | 耳の特性 | 5 |
| 第2章 | 平均律音階 | 6 |
| 2.1 | セント | 6 |
| 2.2 | 平均律音階 | 6 |
| 第3章 | 純正律音階 | 8 |
| 3.1 | 調和 | 8 |
| 3.2 | ピタゴラス音階 | 9 |
| 3.3 | 純正律音階 | 10 |
| 第4章 | 調性 | 13 |
| 4.1 | 絶対音名 | 13 |
| 4.2 | 調性 | 13 |

第1章 はじめに

西洋の音階はどのように出来ているだろうかという、和音 (chord) が元になっている。つまりいくつかの音を重ねていって、快く聞こえるように、音と音の周波数を調整することにより、音階 (scale) を作っていったことがわかる。

本章では、その基礎となる概念を述べよう。

1.1 基音と倍音

弦楽器や管楽器は比較的澄んだ音、打楽器は比較的濁った音を出す、いずれもこれらの音を周波数 (frequency) 分析してみると、色々な周波数が含まれていることがわかる。

前者の音は、それを構成しているいくつかの周波数が簡単な整数比となっている。特に、多くの音は基本となる周波数と、その倍数の周波数となっている。これらを一般の波動では基本波 (fundamental wave) と高調波 (harmonic wave) という。音の場合には基音 (fundamental pitch) と倍音 (harmonic tone) ともいう。また、基音の周波数は基本周波数 (fundamental frequency) と呼ばれる。基音と倍音の混ざり具合、つまり強度分布が音色 (tone) を決めることになる。

一方、後者も、いくつかの周波数の合成ではあるが、その周波数の比率は倍数関係にはなっていない。

意外なことに人の声は、基音と倍音が完全な整数比になっているのである。声は、キツク膜のようなもので塞がれたところへ、無理に空気を流して、バタバタとした高調波の成分の多い原音を作り出す。この高調波はもちろん、原音そのものの周期の厳密な整数倍しかあり得ない。その原音を口腔、鼻腔、頭蓋骨などに共鳴させ、原音と同じ周波数であるが、エネルギー分布の異なる音にして外へ出し、音色を変えるのである。楽器で言えば管楽器が同じ原理で音を作るので、完全整数比となる。

弦楽器はやや複雑であり、おおよそ整数比であると言える。弦楽器は管楽器と異なり、一つの原因の共鳴で音を作っているのではない。弦の上に発生するいくつかのモードに対応する複数の音源の合成なのである。この複数の音源の基音の周波数が、たまたま、ほぼ整数比になっているのが分かり易い。

弦には、全体に腹が一つ、腹二つ、腹三つの正弦波と無数のモードで振動し得る。このことは、ハーモニクスと呼ばれる演奏法で体験することができるが、腹が多いほど、モードの周波数は高く、しかもほぼ腹の数に比例する。一般に、弦の一部を弾くと、いくつかのモードを同時に励振する。真中辺を弾くと、低い周波数のモード成分が増え、駒の傍を弾くと、高い周波数のモード成分が増える。

問題は、極めて多くの腹を持つモードの周波数は、正確な整数倍から少しずつ高目の周波数を持つようになることである。それは、駒付近で、弦の硬さのために、動きが鈍くなることに起因している。とは言え、これはかなり厳密な議論である。数倍の高調波まではほとんど正確な整数比と考えてよいであろう。

打楽器、特に太鼓系、銅鑼、シンバルと言ったものは、弦楽器のように一次元の振動モードでなく、二次元のモードを持つ。二次元の振動のモードはほとんど、整数比とはならない。そこで、濁った音に聞こえるのである。もちろん叩き方を工夫して、なるべく一つのモードだけを振動させるようにすることも可能であり、その場合には、理論的には純音に近い音が出せるはずであるが、技術的には難しい。

本書では、前者のような、比較的澄んだ音を対象に、音階について述べよう。

1.2 耳の特性

ドとそれより一オクターブ (octave) 上のド、さらにその一オクターブ上のドの音の基本周波数には、どのような関係があるだろうか。一見、等間隔に思えるが、実は $1:2:4$ となっている。つまり $1:2$ 、 $1:2$ となっているのである。比が等しければ、音程 (interval) の間隔は等しく聞こえるのである。 $1:2:4$ を $2^0 : 2^1 : 2^2$ と記載してみるとわかるように、「基本周波数の対数の間隔が等しいと、音程の間隔が等しく聞こえる」と表現することができる。このため、「一オクターブとは基本周波数比二倍の間隔」と言うことができる。

本書の内容とは直接は関係ないが、人間は種々の刺激の強さについても、その対数を感じる。これをフェヒナーの法則 (Fechner's law) という。音についても同様なので、例えば、強度 1 倍、10 倍、100 倍の音は、同じ間隔で、強くなっていくように感じる。

第2章 平均律音階

2.1 セント

平均律音階 (equal temperament scale) というのは、改めて説明するが、一オクターブを等間隔の半音 (half tone) 12 個の音程 (interval) で分割したものを基礎に作成した音階 (scale) である。等間隔ということは、基本周波数で言うと、等比率である。半音の比率を h とすると、 $h^{12} = 2$ (2 は一オクターブに比) であるから、 $h = 2^{1/12}$ である。

平均律音階の半音をさらに 100 等分したものを 1 セント (cent) と言う。つまり、平均律音階の半音の音程差は 100 cent である。また、一オクターブは 1 oct = 1200 cent である。ここでも、注意して欲しいのは、1 cent とは比であることである。1 cent の比を c とすると $c^{1200} = 2$ であるから、 $c = 2^{(1/1200)}$ の比である。

これからの議論では沢山の比が出てくるが、これをセントで表現することが多い。任意の比を r とするとき、 $r = c^x$ から x を求めればよいので、 $r = 2^{(x/1200)}$ 。これより r の比は、

$$1200 \log_2 r \text{ (cent)} \quad (2.1)$$

となる。

この他、同様な対数表示ではあるが、Euler の定めた $1000 \log_{10} r$ 、ドイツ式の $1000 \log_2 r$ (Millioktaven)、日本式の $6 \log_2 r$ などがある。それぞれ、1 オクターブが約 300、1000、6 となる。

2.2 平均律音階

ピアノの白鍵と黒鍵の配置から分るように、平均律音階の八長調のドレミファソラシドをセントで表わすと、0、200、400、500、700、900、1100、1200 cent となる。あるいは比で表わすと、1、1.122、1.260、1.335、1.498、1.682、1.888、2 と、2 の冪数以外は無理数となる。これを図 2.1 に示す。間隔を見ると 200、200、100、200、200、200、100 cent である。200 cent の間隔を全音 (whole tone)、100 cent の間隔を半音 (half tone) と呼ぶ。

| Pitch Name | do | re | mi | fa | sol | la | si | do | ... | do |
|------------|----|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|------|-----|------|
| Ratio | 1 | $2^{2/12}$ | $2^{4/12}$ | $2^{5/12}$ | $2^{7/12}$ | $2^{9/12}$ | $2^{11/12}$ | 2 | ... | 4 |
| Cent | 0 | 200 | 400 | 500 | 700 | 900 | 1100 | 1200 | ... | 2400 |

図 2.1: 平均律音階

何故、半音 12 個で分割したのか、また、ド、レ、ミ、... が何故、半音や全音の複雑な組合せになっているのかについては、次章を読んでもらうと理解できると思う。

なお、ドレミはイタリアでは絶対音階の音の名前、音名 (pitch names) に使われているが、日本を含む多くの国では相対音階の音の名前、階名 (syllable names) に使われている。本書では日本式に相対音階の階名とする。

第3章 純正律音階

前章に示した平均律音階は比較的新しい音階である。歴史的には、まず本章で述べる純正律音階があった。この仕組みを知ると、何故、シャープとフラットの二つの記号があるのか、何故、八長調に概念的に近いのは、ト長調やヘ長調なのかなどの理由が見えてくる。

3.1 調和

まず、二つの音から和音 (chord) を作ろう。これらの音の基本周波数の比が、整数であると、両方の音の倍音はすべて、これら基本周波数の最大公約数の周波数の整数倍となる。つまり、最大公約数を基本周波数とする別の音色 (tone) の音のように聞こえることになる。しかし、実はこの合成音は最大公約数である基本周波数そのものは含んでいないため、やや不自然な音になるが、濁った感じはない。

基本周波数の比が整数から少しずれてくると、正しく合っているときの最大公約数に対応する周波数に、差が生じてくると理解するのがよいであろう。その差に相当する唸り (beat) が聞こえてくる。さらにずれてくると、濁った音として聞こえてくる。また、この周波数比が余りに複雑であると、自然音とは著しく異なる音色を持つことになり、違和感を感じるようになる。これをウルフ音 (wolf) と呼んだ。

このことから、快い和音を構成するのは、二つの音の基音が簡単な比を持つ場合に限られる。これを調和 (consonance) と言う。調和したとき、始めて澄んだ音になるのである。本章で述べる純正律音階 (just temperament scale) は、この調和を強く意識して作られている。

まず絶対調和 (absolute consonance) と呼ばれる音の組合せがある。簡単に言えば、二つの音の基音がちょうど何オクターブかの関係にある組合せである。セントで言うと、1200 cent の整数倍の組合せである。なお、セントのように、比は対数の世界では差である。対数の差を音程 (interval) と言う。

さて、もっとも簡単な絶対調和の整数比は 1:1 である。0 cent 音程の組合せである。二つの音の音色は異なってもよい。この場合、基音の周波数も倍音の周波数もすべて一致するので、あたかも第三の音色の一つの音に聞こえるのはずである。この 1 倍、つまり同じ基音を持つ音の音程は完 1 (perfect first) と呼ばれる。完 1 の 1 はドレミの一番目の意味である。

次に簡単な調和する二つの音の整数比は 1:2 である。1200 cent 差の組合せである。この場合、二つ目の音の基音や倍音はすべて一つ目の音の 2、4、... 倍音に重なるので、あたかも音色の異なる一つの音に聞こえるのである。これは先にも述べたように、一オクターブ (octave) の音程差となる。この 2 倍の音程は完 8 (perfect octave) と呼ばれる。8 はドを一番として音階 8 番目のドとの和音であることを示す。

完 1 と完 8 は、一オクターブ異なる参照音に対する音である。このように参照音がオクターブ異なる音程差を互いに転回音程 (inversion interval) にあると言う。転回音程にある二つの音の相対比の積は 2 となる。

3.2 ピタゴラス音階

次は 1:3 であるが、オクターブ以上離れているために、オクターブずらすと、2:3 の比になる。ド (I):ソ (V) の関係である。この $3/2$ 倍の音程を完 5 (perfect fifth) という。また、参照音をイチオクターブ上げると 3:4 の比になるが、ソ (V):ド (VIII) の関係となる。この $4/3$ 倍となる転回音程を完 4 (perfect fourth) という。二つの比の積は 2 である。

完 5 と完 4 の関係を合せて完全調和 (perfect consonance) と言う。この比をセントで言うと無理数となるが、cent の桁で丸めると、2:3 の完 5 は $1200 \log_2(3/2) = 702$ cent、また、3:4 の完 4 は $498 = 1200 - 702$ cent となる。

基音が 2:3 の比にある二つの音で和音を構成すると、両基音の周波数の最大公約数、つまり 2:3 の 1 に相当する周波数の 2、4、... 倍音、および 3、6、... 倍音を構成し、調和のとれた和音となる。

この完 5 の関係だけを使って、次々と新しい音を作り出していくことができる。ドを基準に 702 cent ずつの間隔で上下に音を作っていくのである。これがピタゴラス音階 (Pythagorean scale) と呼ばれるものである。

| Name | ... | \flat mi | \flat si | fa | do | sol | re | la | mi | si | \sharp fa | ... |
|-------|-----|------------|------------|-------|----|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|-----|
| Ratio | ... | $(2/3)^3$ | $(2/3)^2$ | $2/3$ | 1 | $3/2$ | $(3/2)^2$ | $(3/2)^3$ | $(3/2)^4$ | $(3/2)^5$ | $(3/2)^6$ | ... |
| Cent | ... | -2106 | -1404 | -702 | 0 | 702 | 1404 | 2106 | 2808 | 3510 | 4212 | ... |

図 3.1: 完全調和による音の生成

(\flat mi を mo、 \flat si を to、 \sharp fa を fi という階名で呼ぶこともある。)

こうして直線的に作られた音のうち、比較的中心にある図 3.1 の fa から si までを引出し、1200 cent の整数倍を引いたり足したりしていったら、基本オクターブの中へ移動したものを図 3.2 に示す。

| Name | do | re | mi | fa | sol | la | si | do |
|-------|----|-----------|-----------|---------|-------|-----------|-----------|------|
| Ratio | 1 | $3^2/2^3$ | $3^4/2^6$ | $2^2/3$ | $3/2$ | $3^3/2^4$ | $3^5/2^7$ | 2 |
| Cent | 0 | 204 | 408 | 498 | 702 | 906 | 1110 | 1200 |

図 3.2: ピタゴラス音階

完 4 の関係、つまり 498 cent ずつ、上下に積んでいっても、図 3.1 の上下を反転しただけのものが得られる。ただし、cent を見るとオクターブの整数倍の差がある。これを基本オクターブに移動すると、図 3.2 と同じピタゴラス音階が得られる。

これらの音で和音を作ると、基音の比は 3 の冪乗と 2 の冪乗から構成される。比較的簡単な整数比に思えるかも知れないが、例えばシとファの比は $3^6/2^9$ とかなり大きな整数が関与しており、調和がとれるとは言い難い。このためピタゴラス音階は、次に述べる純正律音階にとって変られてしまったが、先に述べる調性のところで再び顔を出す。

3.3 純正律音階

次に簡単な整数比は 1:5 であろうが、基本オクターブに追い込み、かつ既に定義した 2:3 と組合せると、4:5:6 という比が構成できる。ド (I) ミ (III) ソ (V) の和音に対応する。これらから新たにド (I):ミ (III) の関係である 4:5 の音程が定義できる。5/4 倍の音程を長 3 (major third)、またそのミ (III):ド (VIII) である 8/5 倍の転回音程を短 6 (minor sixth) という。

また ミ (III):ソ (V) の関係になる 5:6、つまり 6/5 倍の音程を短 3 (minor third)、ソ (V):ミ (X) である 5/3 倍の転回音程長 6 (major sixth) という。これら 4 つの音程を、すべて不完全調和 (imperfect consonance) と言う。1:5 のセントは $1200 \log_2 5 = 2786$ cent、この音は二オクターブ以上離れているので、2400 cent ずらすと、およそ 386 cent の音程である。

ドミソの和音は基本オクターブに追い込むと 4:5:6 の比を持ち、三和音 (triad) としてはもっとも簡単な整数比であることが理解できよう。長 3 の和音の上に短 3 の音程を積んだこの三和音を長三和音 (major triad) と呼ぶ。セントで言うと、下が 386 cent、上が 316 cent である。

逆に短 3 の音程を上長 3 の音程を積んだ三和音を短三和音 (minor triad) と呼ぶ。具体的には 10:12:15 の比を構成し、レ (II) ファ (IV) ラ (VI) の和音に対応する。あるいはミの半音落とした音をもとすると、ドモソの和音となる。下が 316 cent、上が 386 cent である。

これらの関係を図 3.3 に示す。左図は、任意の音に対し、右は完 5、左はその転回音程の完 4、右上は長 3、左下はその転回音程の短 6、右下は短 3、左上は長 6 の関係の音が配置されることを示している。

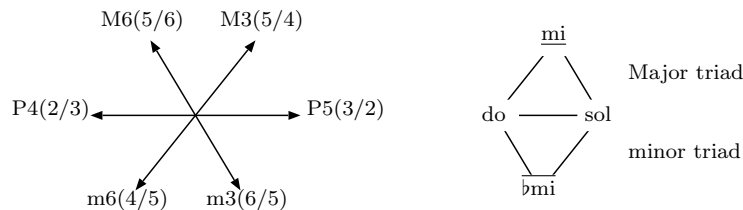


図 3.3: 三和音

図中、 \underline{mi} は、ピタゴラス音階の mi とほぼ同じ高さではあるが、周波数が 22 cent 低いことを示す。この 22 cent はたびたび現われるため、特にコンマ (comma) と呼ばれる。従って 1 comma 下の音であることを示す。また \overline{mi} はピタゴラス音階の mi の 1 comma 上の音であることを示す。

この三和音 (triad) を基礎に音階を作ってみよう。ソを基準に上に長三和音を作ると、シ (si) とレ (re) ができる。このソシレの和音をドミソの和音に対し、属三和音 (dominant triad) と言う。逆にドを最高音とするような長三和音を作ると、下にファ (fa) とラ (la) ができる。このファラドの和音をドミソの和音に対し、下属三和音 (sub-dominant triad) と言う。

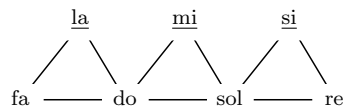


図 3.4: 三長和音による音階の構成

これらドレミファソラシを基本オクターブに落としたものを、純正律音階 (just temperament scale) と言う。

| Name | do | re | <u>mi</u> | fa | sol | <u>la</u> | <u>si</u> | do |
|-------|----|-----|-----------|-----|-----|-----------|-----------|------|
| Ratio | 1 | 9/8 | 5/4 | 4/3 | 3/2 | 5/3 | 15/8 | 2 |
| Cent | 0 | 204 | 386 | 498 | 702 | 884 | 1088 | 1200 |

図 3.5: 純正律長音階

平均律と比較すると、0、+4、-14、-2、+2、-16、-12、0 cent ずれている。これが純正律音階 (just temperament scale) の長音階 (major scale) と呼ばれるものである。ミラシの三つの音が、特に低いことがわかる。

ここで隣同士の比をとってみると、9/8、10/9、16/15 の三種類の間隔しかないことがわかる。セントで示すと、およそ 204、182、112 cent であり、いわゆる全音の間隔には 204 cent と 182 cent の二つがある。一方、半音の間隔はすべて 112 cent である。9/8 (204 cent) を長全音 (long whole tone)、10/9 (182 cent) を短全音 (short whole tone)、16/15 (112 cent) を半音 (half tone) と言う。

| Name | do | re | <u>mi</u> | fa | sol | <u>la</u> | <u>si</u> | do |
|-------------|----|-----|-----------|-------|------|-----------|-----------|-------|
| Ratio | | 9/8 | 10/9 | 16/15 | 10/9 | 9/8 | 10/9 | 16/15 |
| Diff (cent) | | 204 | 182 | 112 | 204 | 182 | 204 | 112 |
| Spacing | | L | S | H | L | S | L | H |

図 3.6: 純正律長音階の構成 (L、S、H は長全音、短全音、半音)

何故、純正律音階ではこのような複雑な音の間隔を採用したかという、先に説明したように、和音を構成した場合に、快く聞こえるからである。周波数の比が簡単な整数比になるようにしたために、その対数であるセントで表現すると複雑になってしまうのである。これに対し、平均律音階では、セントで表現すると簡単であるが、周波数比は無理数となり、和音は濁ってしまうのである。

現在、多くの楽器が平均律で調整されているため、濁った音が多く、澄んだ音を聞くチャンスは少い。しかし、声は簡単に調整できるため、合唱では純正律とすることが可能である。古い教会音楽などでは、純正律で歌われているので、味わっていただきたい。なお、音楽の進化にしたがって、単純さは排除され、複雑さが好まれるようになってきたため、平均律が批判されることはなくなっている。

短音階 (minor scale) も同じように短三和音や長三和音の組合せで実現できる。短音階のやっかいな点は、自然短音階 (natural minor scale)、調和短音階 (harmonic minor scale)、旋律的短音階 (melodic minor scale) の三種類があることである。それぞれ、図 3.7 のような和音で構成されている。

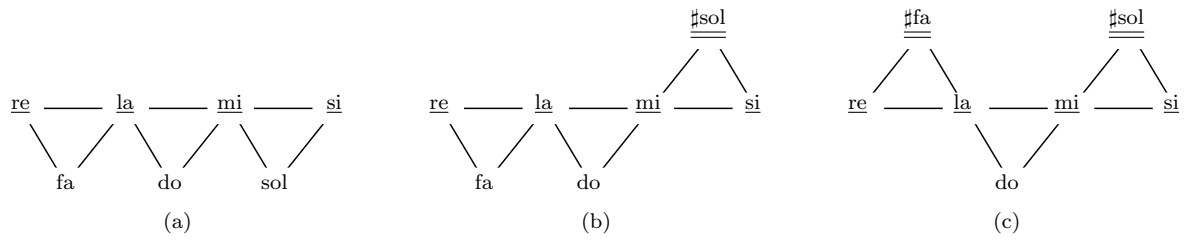


図 3.7: 純正律短音階の構成 (a) Natural minor (b) Harmonic minor (c) Melodic minor

自然短音階に着目してみよう。この純正律短音階をドを基音として記載してみると、次のようになる。

| Name | <u>la</u> | <u>si</u> | do | <u>re</u> | <u>mi</u> | fa | sol | <u>la</u> |
|-------|-----------|-----------|----|-----------|-----------|-----|-----|-----------|
| Ratio | 5/6 | 15/16 | 1 | 10/9 | 5/4 | 4/3 | 3/2 | 5/3 |
| Cent | -316 | -112 | 0 | 182 | 386 | 498 | 702 | 884 |

図 3.8: 純正律短音階

大方の音は、長音階で定義されたものと同じであるが、レだけが re でなく re となっており、長音階のレに対し、1 comma 低いのである。ちなみに、この短音階のレはラとの相性がよく、ラ:レ=5/6:10/9=3:4 であるが、長音階のレの場合は、ラ:レ=5/6:9/8=20:27 と大きな整数の組合せとなり、不調和となる。

第4章 調性

4.1 絶対音名

「ドレミファソラシ」で表わされる音の高さの名は「ド」がどの高さでも、それからの相対的な高さを示すもので、階名 (syllable names) と呼ばれる。これに対し、絶対的な音の高さを示す音の名を音名 (pitch names) という。

英語では「ABCDEFG」を用いる。標準では主音「ド」は「C」とする。これらの音の半音上がった音名は、記号では $\sharp A$ であるが、読むときには、sharp を付け A sharp、B sharp、... である。半音二回上げは $\sharp\sharp A$ であるが、読みは double sharp である。半音および同二回下げの記号は bA 、 bbA であるが、読みは A flat、A double flat である。

日本語では「ABCDEFG」に対し「イロハニホヘト」を用いる。sharp、double sharp は、これらの前に「嬰」、「重嬰」を付ける。flat、double flat は、前に「変」、「重変」を付ける。

独語は「AHCDEFG」である。英語の「B」が「H」になっていることに注意して欲しい。半音上がったときには、語尾を変化し、Ais、His、... のように ...is とし、さらに二回上げは ...isis とする。半音および同二回下げ場合は、...es、...eses とする。ただし A の場合は As、Ases、E の場合は Es、Eses とする。独語では、もう一つ H の半音下を Hes とはしないで B とする習慣がある。したがって、H の半音二回下げは Bes あるいは Heses となる。

なお、ドレミの名称は伊語由来であり、ほとんどの国で相対的な音の高さの名称である階名として使われているが、肝心のイタリアでは絶対的な音の高さである音名として使われているので、注意して欲しい。

4.2 調性

長音階の場合には「ド」が主音 (tonic) と呼ばれる重要な音であるが、主音を元に構成した絶対的な音階を調性 (key) と呼ぶ。主音が、絶対的な周波数としていくつの値をとるかで、何長調や何短調であるかが決まる。何のところには主音が入る。

一番の基本の調は、図 4.1 に示す「C」を主音とした長三和音を三つ組合せることで作られた八長調 (C major key) である。この図は相対音階で示した図 3.4 と完全に対応しており、主音は左の三角形の右端、もしくは中央の三角形の左端に存在する。ただ、この主音の周波数は $(6/5) \times 440$ Hz と絶対的な値を持っている (実は後述する「A」が 440 Hz と定義されている)。

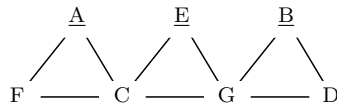


図 4.1: 八長調の構成

主音をこの三角形の一つ右の「G」に移動した調は、元の調と多くの音を共有するため、属調 (dominant key) と呼ばれる。これは元の調整と多くの音を共有しているため、近親調 (relative key) と呼ばれる極めて近い調となる。このため、ちょっと異なる気分を醸し出す際の技術として、よく用いられる。こうした曲内で調を変える工夫を、転調 (modulation) と呼ぶ。

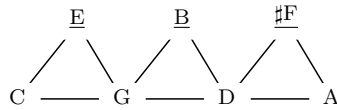


図 4.2: ト長調の構成

主音を一つ左の「F」に移動した調も、元の調と多くの音を共有するため、下屬調 (sub-dominant key) と呼ばれ、やはり近親調 (relative key) である。

こうして、近親調をどんどん作っていった場合の音名の関係を、図 4.3 に示そう。

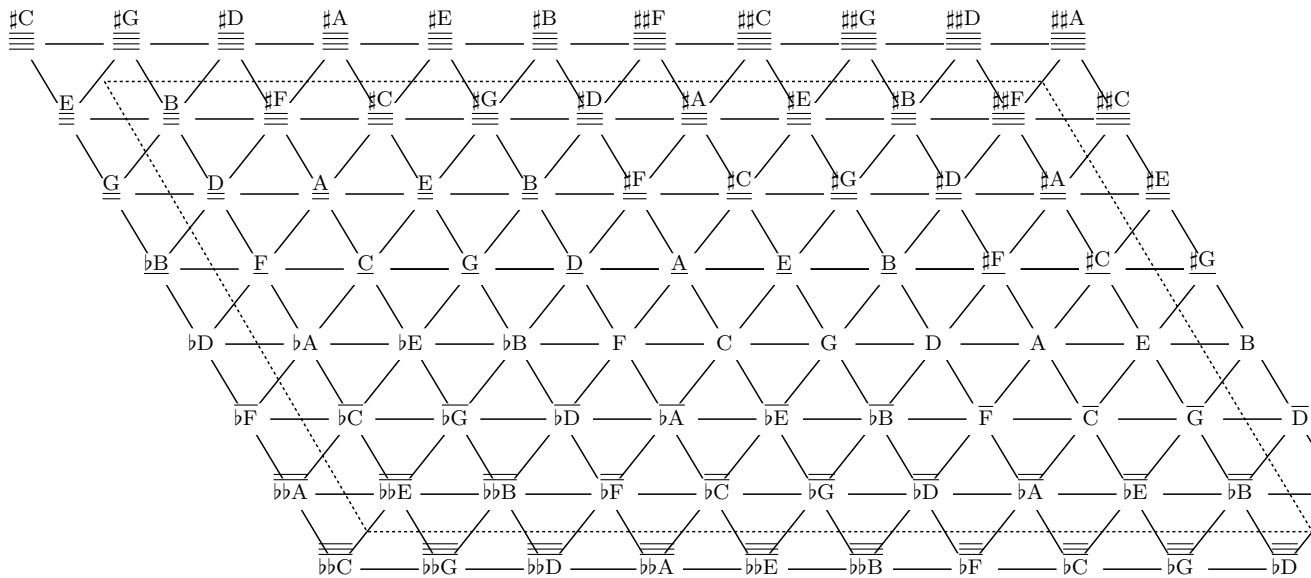


図 4.3: 純正律音階と音名

この大変便利な図を参考に、「G」を主音としたト長調 (G major key) について、少し詳しく述べよう。まず、図のほぼ真中に「C」とあるが、その一つ左の上三角形と右二つの上三角形が、図

4.1 に対応する。この三つの三角形を一つ右のずらしたものがト長調になる。つまり、ト長調とは主音を一つ右へずらし、八長調の下属三和音を消して、新しく属三和音を追加したものである。

この際、新しくト長調の「レ」である「A」と、「シ」である「 $\sharp F$ 」の二つの音が創成される。「A」は八長調に現われた「 \underline{A} 」とは若干、異なる音である。絶対音階の基準である 440 Hz である「 \underline{A} 」は、後述のように、この新しい「A」より 1 comma 低くなるため、アンダーラインを付けて区別している。

「 $\sharp F$ 」は「F」の半音近く上 (+92 cent) の音であるので、嬰へ (F-sharp) と名付ける。ただし、「C」の存在する水平線上の右の方にある「 $\sharp F$ 」(この図には現われていない) より 1 comma 低いいため、アンダーラインを付けてある。なお、ト長調では八長調の「F」と「 \underline{A} 」は消える。

このように、次々に上へ属調 (dominant key) を作ることにより、新しい調の「レ」と「シ」という新しい音が二音ずつ増えていくが、「レ」は、元の調の「ラ」に近いいため、その音名を使う。もう一つは元の「シ」の半音近く上なので、次々「嬰...」と名付けられていく。

逆に元の属三和音を破棄して、下属三和音を追加する方法もある。こうして次々に下属調 (sub-dominant key) を作っていくことができる。「C」の左、つまり「F」を主音にして、新しい調を作ると、へ長調 (F major key) となる。新しい調の「ラ」と「ファ」が新しい音として加わる。「ラ」は「D」の 1 comma 下の「 \underline{D} 」となる。「ファ」は「F」の半音近く下 (-92 cent) で変口 (B-flat) と名付ける。

このように、次々に下へ順次下属調 (sub-dominant key) を作っていくことにより、新しい音が二音ずつ増えていくが、一つは、元の調の「レ」に近いいため、その音名を使う。ただし、アンダーラインを追加する。もう一つは元の「シ」の半音近く下なので、次々「嬰...」と名付けられていく。

短調では、下三角形を使って同様な議論を行う。中心となるのは、上図の中央付近にある「 \underline{A} 」を主音としたイ短調 (A minor key) である。

こうして無限に音が生産されていくことになるが、「 \underline{A} 」を基準として、上図のすべての音名の周波数の cent を求めてみよう。すべて、基本オクターブ内の値である。

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|
| <u>♯C</u> 343.3 | <u>♯G</u> 1045.2 | <u>♯D</u> 547.2 | <u>♯A</u> 49.1 | <u>♯E</u> 751.1 | <u>♯B</u> 253.0 | <u>♯♯F</u> 955.0 | <u>♯♯C</u> 456.9 | <u>♯♯G</u> 1158.9 | <u>♯♯D</u> 660.9 | <u>♯♯A</u> 162.8 |
| <u>E</u> 658.9 | <u>B</u> 160.9 | <u>♯F</u> 862.8 | <u>♯C</u> 364.8 | <u>♯G</u> 1066.7 | <u>♯D</u> 568.7 | <u>♯A</u> 70.6 | <u>♯E</u> 772.6 | <u>♯B</u> 274.6 | <u>♯♯F</u> 976.5 | <u>♯♯C</u> 478.5 |
| | 2.4 | 2.4 | 2.5 | 2.5 | 2.7 | 2.7 | 2.8 | 2.9 | 2.9 | |
| <u>G</u> 974.6 | <u>D</u> 476.5 | <u>A</u> 1178.5 | <u>E</u> 680.4 | <u>B</u> 182.4 | <u>♯F</u> 884.3 | <u>♯C</u> 386.3 | <u>♯G</u> 1088.3 | <u>♯D</u> 590.2 | <u>♯A</u> 92.2 | <u>♯E</u> 794.1 |
| <u>bB</u> 90.2 | <u>F</u> 792.2 | <u>C</u> 294.1 | <u>G</u> 996.1 | <u>D</u> 498.0 | <u>A</u> 0 | <u>E</u> 702.0 | <u>B</u> 203.9 | <u>♯F</u> 906.9 | <u>♯C</u> 407.8 | <u>♯G</u> 1109.8 |
| | -0.2 | -0.2 | -0.1 | -0.1 | 0 | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | |
| <u>bD</u> 405.9 | <u>bA</u> 1107.8 | <u>bE</u> 609.8 | <u>bB</u> 111.7 | <u>F</u> 813.7 | <u>C</u> 315.7 | <u>G</u> 1017.6 | <u>D</u> 519.6 | <u>A</u> 21.5 | <u>E</u> 723.5 | <u>B</u> 225.4 |
| | -1.6 | -1.5 | -1.5 | -1.4 | -1.3 | -1.3 | -1.2 | -1.1 | -1 | |
| <u>b̄F</u> 721.5 | <u>b̄C</u> 223.5 | <u>b̄G</u> 925.4 | <u>b̄D</u> 427.4 | <u>b̄A</u> 1129.4 | <u>b̄E</u> 631.3 | <u>b̄B</u> 133.3 | <u>F̄</u> 835.2 | <u>C̄</u> 337.2 | <u>Ḡ</u> 1039.1 | <u>D̄</u> 541.1 |
| | -2.9 | -2.9 | -2.8 | -2.7 | -2.7 | -2.5 | -2.5 | -2.4 | -2.4 | |
| <u>bb̄A</u> 1037.2 | <u>bb̄E</u> 539.1 | <u>bb̄B</u> 41.1 | <u>b̄F</u> 743.1 | <u>b̄C</u> 245.0 | <u>b̄G</u> 947.0 | <u>b̄D</u> 448.9 | <u>b̄A</u> 1150.9 | <u>b̄E</u> 652.8 | <u>b̄B</u> 154.8 | <u>F̄</u> 856.7 |
| | -4.3 | -4.2 | -4.1 | -4.1 | -3.9 | -3.9 | -3.8 | -3.8 | -2.7 | |
| <u>bb̄C</u> 152.7 | <u>bb̄G</u> 854.7 | <u>bb̄D</u> 356.7 | <u>bb̄A</u> 1058.6 | <u>bb̄E</u> 560.6 | <u>bb̄B</u> 62.5 | <u>b̄F</u> 764.5 | <u>b̄C</u> 266.4 | <u>b̄G</u> 968.4 | <u>b̄D</u> 470.2 | <u>b̄A</u> 1172.2 |

図 4.4: 音名の周波数 (各欄、上から音名、セント値、1200/53 cent からのずれ)

まず、上図で、実線に囲まれた範囲の階名のセント値を、低い方から順に並べてみよう。

0, 21.5, 41.1, 70.6, 92.2, 111.7, 133.3, 154.8, 160.9, 182.4, 203.9, 223.5, 245.0, 274.6, 294.1, 315.7, 337.2, 364.8, 386.3, 407.8, 427.4, 448.9, 476.5, 498.0, 519.6, 539.1, 568.7, 590.2, 609.8, 631.3, 652.8, 680.4, 702.0, 723.5, 743.1, 772.6, 792.2, 813.7, 835.2, 862.8, 884.3, 906.9, 925.4, 947.0, 976.5, 996.1, 1017.6, 1039.1, 1066.7, 1088.3, 1107.8, 1129.4, 1150.9, 1178.5

これらのセント値はいずれも 1 comma 程度のほぼ等間隔で並んでいる。ただし、一箇所、四角形右下端の 154.8 cent (b̄B) と左上端の 160.9 cent (B) の間だけが 6.1 cent と異常に狭い。そこで、これら二つを同じ高さともなせば、1200 cent を等間隔で 53 等分した高さで限りなく近似できる。実際 1200/53=22.6 cent の整数倍からのずれを同表中に示したがすべて -0.7±3.6 cent 以内

に存在している。

ちなみに、等間隔で近似した場合、この四角形内の任意の二つの音の差は調和する場合から最大 7.2 cent ずれるが、その場合には $440(2^{7.2/1200}-1)=1.8$ Hz ぐらいの唸りを生じる。この程度はビブラートの範囲であるので、それ程、濁った感じは受けないのである。

さらに、一つ右の四角形の各音を、中心の四角形の音と比較してみると、一つずつ対応がずれてはいるが、すべての音が 2.0 cent だけ高いだけである。ただし、表には出ていないが、最後の右下端だけは 472.4 cent であり、-4.1 cent 低い。一つ左の四角形も同様な関係が成立する。これらの関係を スキスマ (独) (Skisma) と言い、同じように同音とみなす。

同様に、一つ下の四角形をみてみると、やはり対応が一つずつずれるが、すべて 8.1 cent だけ低い。ただし、表には現われていないが、最後の右下端だけは 848.6 cent であり、14.2 cent 低い。一つ上の四角形も同様な関係が成立する。これらの関係を クライスマ (独) (Kleisma) と言い、同じように同音とみなす。

スキスマとクライスマの関係にある二つの音を同音とみなすことにすると、すべての音は図 4.3 の破線の中の音に置き換えることができる。ただし、遠い音は徐々にずれが大きくなるが、そんなに遠い音までを使うことはないので、実用上はこの四角形の範囲で十分である。

こうして上の方に属調を ハ ト ニ イ ホ ロ 嬰へ 嬰ハ ... と、下の方に下屬調を ハへ 変ロ 変ホ 変イ 変ニ 変ト 変ハ ... と、共通音の多い近親調 (relative key) の長調が作ることができる。

この壮大な 53 個の音名からなる音階を純正律音階 (just temperament scale) と呼ぶのであるが、すべて調和という概念から作成されている。

索引

- A minor key (イ短調), 15
absolute consonance (絶対調和), 8
- B-flat (変口), 15
beat (唸り), 8
- C major key (ハ長調), 13
cent (セント), 6
chord (和音), 4, 8
comma (コンマ), 10
consonance (調和), 8
- dominant key (属調), 14, 15
dominant triad (属三和音), 10
- equal temperament scale (平均律音階), 6
- F major key (ヘ長調), 15
F-sharp (嬰ヘ), 15
fa (ファ), 10
Fechner's law (フェヒナーの法則), 5
frequency (周波数), 4
fundamental frequency (基本周波数), 4
fundamental pitch (基音), 4
fundamental wave (基本波), 4
- G major key (ト長調), 14
- half tone (半音), 6, 11
harmonic minor scale (調和短音階), 11
harmonic tone (倍音), 4
harmonic wave (高調波), 4
- imperfect consonance (不完全調和), 10
interval (音程), 5, 6, 8
inversion interval (転回音程), 8
- just temperament scale (純正律音階), 8, 11, 17
- key (調性), 13
Kleisma (クライスマ (独)), 17
- la (ラ), 10
long whole tone (長全音), 11
- major scale (長音階), 11
major sixth (長6), 10
major third (長3), 10
major triad (長三和音), 10
melodic minor scale (旋律的短音階), 11
minor scale (短音階), 11
minor sixth (短6), 10
minor third (短3), 10
minor triad (短三和音), 10
modulation (転調), 14
- natural minor scale (自然短音階), 11
- octave (オクターブ), 5, 8
- perfect consonance (完全調和), 9
perfect fifth (完5), 9
perfect first (完1), 8
perfect fourth (完4), 9
perfect octave (完8), 8
pitch names (音名), 7, 13
Pythagorean scale (ピタゴラス音階), 9
- re (レ), 10
relative key (近親調), 14, 17
- scale (音階), 4, 6
short whole tone (短全音), 11
si (シ), 10
Skisma (スキスマ (独)), 17
sub-dominant key (下屬調), 14, 15
sub-dominant triad (下屬三和音), 10
syllable names (階名), 7, 13

tone (音色), 4, 8
tonic (主音), 13
triad (三和音), 10

whole tone (全音), 6
wolf (ウルフ音), 8

イ短調 (A minor key), 15

唸り (beat), 8
ウルフ音 (wolf), 8

嬰へ (F-sharp), 15

オクターブ (octave), 5, 8
音階 (scale), 4, 6
音程 (interval), 5, 6, 8
音名 (pitch names), 7, 13

階名 (syllable names), 7, 13
下屬三和音 (sub-dominant triad), 10
下屬調 (sub-dominant key), 14, 15
完 1 (perfect first), 8
完 4 (perfect fourth), 9
完 5 (perfect fifth), 9
完 8 (perfect octave), 8
完全調和 (perfect consonance), 9

基音 (fundamental pitch), 4
基本周波数 (fundamental frequency), 4
基本波 (fundamental wave), 4
近親調 (relative key), 14, 17

クライスマ (独) (Kleisma), 17

高調波 (harmonic wave), 4
コンマ (comma), 10

三和音 (triad), 10

シ (si), 10
自然短音階 (natural minor scale), 11
周波数 (frequency), 4
主音 (tonic), 13
純正律音階 (just temperament scale), 8, 11,
17

スキスマ (独) (Skisma), 17

絶対調和 (absolute consonance), 8
全音 (whole tone), 6
セント (cent), 6
旋律的短音階 (melodic minor scale), 11

屬三和音 (dominant triad), 10
屬調 (dominant key), 14, 15

短 3 (minor third), 10
短 6 (minor sixth), 10
短音階 (minor scale), 11
短三和音 (minor triad), 10
短全音 (short whole tone), 11

長 3 (major third), 10
長 6 (major sixth), 10
長音階 (major scale), 11
長三和音 (major triad), 10
調性 (key), 13
長全音 (long whole tone), 11
調和 (consonance), 8
調和短音階 (harmonic minor scale), 11

転回音程 (inversion interval), 8
転調 (modulation), 14

ト長調 (G major key), 14

音色 (tone), 4, 8

倍音 (harmonic tone), 4
八長調 (C major key), 13
半音 (half tone), 6, 11

ピタゴラス音階 (Pythagorean scale), 9

ファ (fa), 10
フェヒナーの法則 (Fechner's law), 5
不完全調和 (imperfect consonance), 10

平均律音階 (equal temperament scale), 6
へ長調 (F major key), 15
変口 (B-flat), 15

ラ (la), 10

レ (re), 10

和音 (chord), 4, 8